



แนวข้อสอบแข่งขัน คณิตศาสตร์ เข้า ม.4 โรงเรียนดัง



สวนกุหลาบวิทยาลัย สามเสนวิทยาลัย และ
โรงเรียนที่มีอัตราการแข่งขันสูงทั่วประเทศ

ทีมคณาจารย์และกองบรรณาธิการฝ่ายวิชาการ สำนักพิมพ์ Think Beyond A⁺

สารบัญ

แนะนำหลักสูตรและห้องเรียนสำคัญ ๆ ในการศึกษาต่อระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	4
เทคนิคเตรียมพร้อมสำหรับการสอบยุคใหม่	8
ฝึกทวนหนังสือ เตรียมพร้อมด้วยตัวเองได้ง่าย ๆ ...ไม่ต้องง้อติวเตอร์	10

แนวข้อสอบ

แนวข้อสอบ ชุดที่ 1	13
แนวข้อสอบ ชุดที่ 2	23
แนวข้อสอบ ชุดที่ 3	33
แนวข้อสอบ ชุดที่ 4	42
แนวข้อสอบ ชุดที่ 5	51
แนวข้อสอบ ชุดที่ 6	61
แนวข้อสอบ ชุดที่ 7	70

เฉลยแนวข้อสอบ

เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 1	81
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 2	104
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 3	128
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 4	151
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 5	173
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 6	198
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 7	223

แนะนำหลักสูตรและห้องเรียนสำคัญ ๆ ในการศึกษาต่อระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

1.

ห้องเรียนหลักสูตรปกติ

ห้องเรียนหลักสูตรนี้เป็นห้องเรียนที่มีการเรียนการสอนรายวิชาพื้นฐานทั่วไป ได้แก่ วิชาคณิตศาสตร์ วิชาภาษาอังกฤษ วิชาภาษาไทย วิชาสังคมศึกษาฯ และวิชาวิทยาศาสตร์ฯ เป็นวิชาหลัก โดยโรงเรียนส่วนใหญ่แบ่งแผนการเรียนเป็น 3 แผนใหญ่ ๆ ดังนี้

- 1. แผนวิทย์-คณิต** เป็นแผนการเรียนที่เน้นวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ฯ เป็นหลัก โดยวิชาวิทยาศาสตร์ฯ นั้นจะแยกเป็นรายวิชาเพิ่มเติม ได้แก่ ฟิสิกส์ เคมี และชีววิทยา ซึ่งเป็นรายวิชาหลักที่มีเนื้อหาความรู้ที่เข้มข้น
- 2. แผนศิลป์-คำนวณ** เป็นแผนการเรียนที่เน้นการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม และวิชาภาษาอังกฤษควบคู่กันไป โดยที่มีวิชาภาษาไทย วิชาสังคมศึกษาฯ และวิชาวิทยาศาสตร์ฯ เป็นวิชาพื้นฐาน
- 3. แผนศิลป์-ภาษา** เป็นแผนการเรียนที่เน้นการเรียนด้านภาษาเป็นหลัก โดยมีวิชาภาษาอังกฤษเป็นสาระการเรียนรู้หลัก และมีการเรียนภาษาที่ 3 เพิ่มเติมในระดับเข้มข้นเช่นกัน โดยภาษาที่นิยมเปิดสอนในโรงเรียน ได้แก่ ภาษาจีน ภาษาญี่ปุ่น ภาษาฝรั่งเศส ภาษาเกาหลี ภาษาสเปน ภาษาเยอรมัน และยังมีวิชาพื้นฐานอื่นเพิ่มเติม เช่น วิชาภาษาไทยและวิชาสังคมศึกษาฯ ที่ต้องเรียนควบคู่ไปกับวิชาหลัก ส่วนวิชาวิทยาศาสตร์ฯ และวิชาคณิตศาสตร์นั้นจะได้เรียนในส่วนพื้นฐานเท่านั้น

อีกทั้งในปัจจุบันการจัดรูปแบบการเรียนการสอนมีความหลากหลายมากยิ่งขึ้น โรงเรียนหลายแห่งได้มีการเพิ่มเติมแผนการเรียนใหม่ ๆ ให้ตรงกับความต้องการและความถนัดเฉพาะทางกับนักเรียนของตนมากยิ่งขึ้นอีกด้วย

17. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมที่มีความยาวของด้านทั้งสี่เป็นรากของสมการ $2x^4 - 20x^3 + 68x^2 - 90x + 38 = 0$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

1. $\sqrt{10}$ ตารางหน่วย
2. $\sqrt{11}$ ตารางหน่วย
3. $\sqrt{19}$ ตารางหน่วย
4. $\sqrt{23}$ ตารางหน่วย

18. กำหนดให้ $A = \frac{\sqrt{\sqrt{5} + 2} + \sqrt{\sqrt{5} - 2}}{\sqrt{\sqrt{5} + 1}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$ ค่าของ $(2A + 1)^2$ เท่ากับเท่าไร

1. $23 - 24\sqrt{2}$
2. $41 - 24\sqrt{2}$
3. $23 + 24\sqrt{2}$
4. $41 + 12\sqrt{2}$

19. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกสองหลักที่มีค่าเท่ากับผลบวกของเลขโดดรวมกับผลคูณเลขโดด ผลบวกของค่า n ที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าไร

1. 531
2. 532
3. 533
4. 534



แนวข้อสอบ

ชุดที่

3

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ค่าของ $1 + \frac{1}{2}(1 + 2) + \frac{1}{3}(1 + 2 + 3) + \dots + \frac{1}{15}(1 + 2 + 3 + \dots + 15)$ เท่ากับเท่าไร
1. 63.5
 2. 67.5
 3. 70.5
 4. 72.5
2. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับสมการ $3x^2 - 2x = 3$ ค่าของ $27x^3 - 9x^2 - 6x + 12$ เท่ากับเท่าไร
1. $6 - 5\sqrt{10}$
 2. $6 + 5\sqrt{10}$
 3. $30 + 9\sqrt{10}$
 4. $30 - 9\sqrt{10}$
3. นำตัวอักษรทั้งหมดจากคำว่า JUREE มาเรียงเป็นคำใหม่ที่แตกต่างกันโดยไม่คำนึงถึงความหมาย จะเรียงได้ทั้งหมดกี่คำ
1. 60 คำ
 2. 90 คำ
 3. 120 คำ
 4. 150 คำ

18. จำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ 10^{100} แต่ไม่เป็นตัวประกอบของ 10^{99} มีทั้งหมดกี่จำนวน

1. 159 จำนวน
2. 201 จำนวน
3. 259 จำนวน
4. 301 จำนวน

19. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวก รูปอย่างง่ายของ $(a + b + c)^{-1}(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})(ab + bc + ac)^{-1}[(ab)^{-1} + (bc)^{-1} + (ac)^{-1}]$ ตรงกับข้อใด

1. $a + b + c$
2. $\frac{1}{a^{-1}b^{-1}c^{-1}}$
3. $a^{-2}b^{-2}c^{-2}$
4. $(a + b + c)^{-1}$

20. นักเรียน 3 กลุ่มบริจาคเงินคนละเท่า ๆ กัน แต่ละกลุ่มได้เงินบริจาค 54, 81, 108 บาท ตามลำดับ นักเรียนบริจาคเงินอย่างมากที่สุดคนละกี่บาท

1. 30 บาท
2. 27 บาท
3. 23 บาท
4. 19 บาท

21. จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 1,999 มีเลขโดด 0 ทั้งหมดกี่ตัว

1. 480 ตัว
2. 484 ตัว
3. 489 ตัว
4. 498 ตัว



แนวข้อสอบ

ชุดที่

6

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. กำหนดให้ $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\overline{MN}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก จุด P และจุด Q เป็นจุดกึ่งกลางและอยู่บนด้าน $\overline{NO}$ และ $\overline{MO}$ ตามลำดับ ถ้า $MP = 4$ หน่วย และ $NQ = 3$ หน่วย แล้ว $\overline{MN}$ ยาวกี่หน่วย

1. $2\sqrt{5}$ หน่วย
2. $3\sqrt{5}$ หน่วย
3. $4\sqrt{5}$ หน่วย
4. $5\sqrt{5}$ หน่วย

2. มีขนมอยู่จำนวนหนึ่ง มุกดาหยิบขนมไปหนึ่งในสองของขนมทั้งหมดกับอีก 4 ชิ้น ไพลินหยิบขนมไปหนึ่งในสองของที่เหลือกับอีก 3 ชิ้น และทับทีมหยิบขนมไปหนึ่งในสองของที่เหลือกับอีก 1 ชิ้น แล้วเพชรได้ขนมที่เหลือจำนวน 3 ชิ้น ข้อใดถูกต้อง

1. มุกดาได้ขนมมากกว่าไพลิน 16 ชิ้น
2. ไพลินได้ขนมมากกว่าทับทีม 10 ชิ้น
3. มุกดาได้ขนมมากกว่าเพชร 25 ชิ้น
4. ทับทีมได้ขนมมากกว่าเพชร 3 ชิ้น

3. กำหนดให้ a, b, c, d, x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า $a : b = c : d$ แล้ว

ค่าของ $\frac{ax + cy}{bx + dy}$ เท่ากับเท่าไร

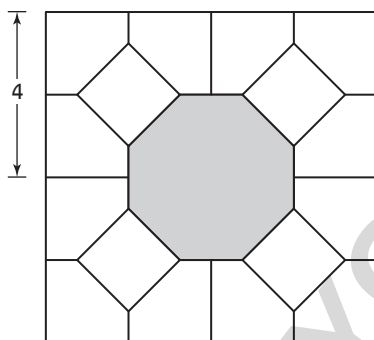
1. $\frac{a}{c}$
2. $\frac{c}{d}$
3. $\frac{c - a}{b - d}$

4. มีคำตอบมากกว่า 1 ข้อ

20. กำหนดให้ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{m}{n}$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ ห.ร.ม. ของ m และ n เท่ากับ 1 จำนวนเต็มบวกระหว่าง m และ n ที่หารด้วย 2 และ 3 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

1. 50 จำนวน
2. 51 จำนวน
3. 52 จำนวน
4. 53 จำนวน

21. กระเบื้องแต่ละแผ่นมีลักษณะดังรูป ส่วนที่แรเงามีพื้นที่กี่ตารางหน่วย



1. $16\sqrt{2} - 16$ ตารางหน่วย
2. $16\sqrt{2} + 16$ ตารางหน่วย
3. $32\sqrt{2} - 32$ ตารางหน่วย
4. $32\sqrt{2} + 32$ ตารางหน่วย

22. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกที่มี ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เป็น 200 และ 16,800 ตามลำดับ โดยที่ $a > b$ ค่าที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ $a + b$ เท่ากับเท่าไร

1. 1,900
2. 2,400
3. 3,100
4. 3,800

23. ผลบวกของรากจริงทั้งหมดของสมการ $2x^2 - 10x + 10 - 4\sqrt{x^2 - 5x + 7} = 44$ เท่ากับเท่าไร

1. 5
2. 4
3. 3
4. 2

14. ตอบข้อ 2. 48 นาที

วิธีทำ

ท่อใหญ่เปิดน้ำใส่เต็มถังได้ในเวลา x นาที

ในเวลา 1 นาที ได้น้ำ $\frac{1}{x}$ ถัง

ท่อเล็กเปิดน้ำใส่เต็มถังได้ในเวลา $x + 32$ นาที

ในเวลา 1 นาที ได้น้ำ $\frac{1}{x + 32}$ ถัง

$$\begin{aligned} \text{ในเวลา 1 นาที เปิดทั้งสองท่อได้น้ำ } \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 32} &= \frac{x + 32 + x}{x(x + 32)} \text{ ถัง} \\ &= \frac{2x + 32}{x(x + 32)} \text{ ถัง} \end{aligned}$$

เปิดสองท่อในเวลา 30 นาที ได้น้ำ 1 ถัง

เปิดสองท่อในเวลา 1 นาที ได้น้ำ $\frac{1}{30}$ ถัง

$$\frac{1}{30} = \frac{2x + 32}{x(x + 32)}$$

$$x(x + 32) = 30(2x + 32)$$

$$x^2 + 32x = 60x + 960$$

$$x^2 - 28x - 960 = 0$$

$$(x - 48)(x + 20) = 0$$

$$x = 48, -20$$

แต่เวลาเป็นลบไม่ได้ จะได้ว่า $x = 48$

ดังนั้น เปิดท่อใหญ่เพียงท่อเดียวน้ำจะเต็มถังในเวลา 48 นาที

15. ตอบข้อ 2. 4,050 ตารางเมตร

วิธีทำ

ให้ด้านกว้างยาว x เมตร และด้านยาวยาว y เมตร

มีรั้วยาว 180 เมตร

จะได้ $y = 180 - 2x$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว}$$

$$= xy \text{ ตารางเมตร}$$

$$= x(180 - 2x) \text{ ตารางเมตร}$$

$$= 180x - 2x^2 \text{ ตารางเมตร}$$



เฉลยแนวข้อสอบ

ชุดที่

2

1. ข้อ 3
2. ข้อ 4
3. ข้อ 2
4. ข้อ 1
5. ข้อ 4
6. ข้อ 3
7. ข้อ 2
8. ข้อ 3
9. ข้อ 3
10. ข้อ 4
11. ข้อ 4
12. ข้อ 2
13. ข้อ 2
14. ข้อ 2
15. ข้อ 1
16. ข้อ 1
17. ข้อ 2
18. ข้อ 1
19. ข้อ 1
20. ข้อ 1
21. ข้อ 2
22. ข้อ 4
23. ข้อ 3
24. ข้อ 4
25. ข้อ 3
26. ข้อ 4
27. ข้อ 2
28. ข้อ 1
29. ข้อ 3
30. ข้อ 1

$$\text{จาก } abc = 1$$

$$ac = \frac{1}{b}$$

$$\sqrt{ac} = \sqrt{\frac{1}{b}}$$

$$\sqrt{ac} = \frac{\sqrt{b}}{b}$$

$$b\sqrt{ac} = \sqrt{b}$$

$$\text{จาก } abc = 1$$

$$bc = \frac{1}{a}$$

$$\sqrt{bc} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

$$\sqrt{bc} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$a\sqrt{bc} = \sqrt{a}$$

$$\text{จาก } abc = 1$$

$$ab = \frac{1}{c}$$

$$\sqrt{ab} = \frac{\sqrt{c}}{c}$$

$$c\sqrt{ab} = \sqrt{c}$$

$$\text{จาก (*) ; } m^4 - 20m^2 + 100 = 4(15 + 2(b\sqrt{ac} + a\sqrt{bc} + c\sqrt{ab}))$$

$$m^4 - 20m^2 + 100 = 4(15 + 2(\sqrt{b} + \sqrt{a} + \sqrt{c}))$$

$$m^4 - 20m^2 + 100 = 4(15 + 2m)$$

$$m^4 - 20m^2 + 100 = 60 + 8m$$

$$m^4 - 20m^2 - 8m + 40 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } m^4 - 20m^2 - 8m + 40 = 0$$

18. ตอบข้อ 1. $8 - 4\sqrt{2}$

วิธีทำ

$$(2 + \sqrt{2})^3(3 - \sqrt{8})^3(2 - \sqrt{2})^2(3 + \sqrt{8})^2$$

$$= [(2 + \sqrt{2})^3(2 - \sqrt{2})^2][(3 - \sqrt{8})^3(3 + \sqrt{8})^2]$$

$$= [(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})]$$

$$[(3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})]$$

$$= [(4 - 2)(4 - 2)(2 + \sqrt{2})][(9 - 8)(9 - 8)(3 - \sqrt{8})]$$

$$\text{โจทย์กำหนดเงื่อนไข } 5 < \sqrt{m} < 7$$

$$25 < m < 49$$

$$\text{หาค่า } m \text{ ได้เป็น } 3 \times 3 \times 5 = 45$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 3m - 68 &= 3(45) - 68 \\ &= 135 - 68 \\ &= 67 \end{aligned}$$

7. ตอบข้อ 1. -27

วิธีทำ

$$\text{พิจารณาสมการกำลังสอง } x^2 + 12x + 3 = 0$$

$$\text{พบว่า } a = 1, b = 12 \text{ และ } c = 3$$

$$\text{จะได้} \quad \text{ผลบวกของคำตอบ} = \frac{-b}{a}$$

$$m + \frac{1}{n} = -12$$

$$2\left(m + \frac{1}{n}\right) = 2(-12)$$

$$2m + \frac{2}{n} = -24$$

$$\text{ผลคูณของคำตอบ} = \frac{c}{a}$$

$$m\left(\frac{1}{n}\right) = 3$$

$$\frac{m}{n} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 2m + \frac{2}{n} - \frac{m}{n} &= -24 - 3 \\ &= -27 \end{aligned}$$

8. ตอบข้อ 3. 12 จำนวน

วิธีทำ

$$-12 \leq 3(x - 5) < 24$$

$$-4 \leq x - 5 < 8$$

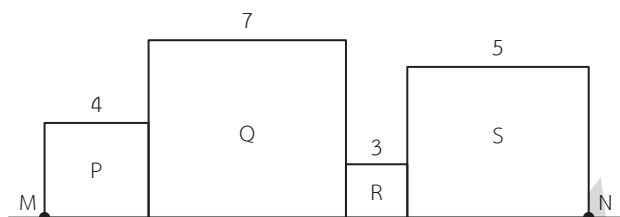
$$1 \leq x < 13$$

x ที่เป็นจำนวนเต็มบวก ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, ..., 12

ดังนั้น คำตอบของสมการที่เป็นจำนวนเต็มบวกมีทั้งหมด 12 จำนวน

25. ข้อ 3. 1,440 ตารางหน่วย

วิธีทำ



อัตราส่วนของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $P : Q : S = 16 : 49 : 25$

จะได้อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยม $P : Q : S = 4 : 7 : 5$

นั่นคือ $4a + 7a + 3 + 5a = 67$

$$16a = 64$$

$$a = 4$$

รูปสี่เหลี่ยม P มีด้านยาวด้านละ $4 \times 4 = 16$ หน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม P = 16×16 ตารางหน่วย

$$= 256 \text{ ตารางหน่วย}$$

รูปสี่เหลี่ยม Q มีด้านยาวด้านละ $4 \times 7 = 28$ หน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม Q = 28×28 ตารางหน่วย

$$= 784 \text{ ตารางหน่วย}$$

รูปสี่เหลี่ยม S มีด้านยาวด้านละ $4 \times 5 = 20$ หน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม S = 20×20 ตารางหน่วย

$$= 400 \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม P + พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม Q + พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม S

$$= 256 + 784 + 400 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$= 1,440 \text{ ตารางหน่วย}$$

ดังนั้น ผลรวมของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม P รูปสี่เหลี่ยม Q และรูปสี่เหลี่ยม S

เท่ากับ 1,440 ตารางหน่วย

26. ตอบข้อ 2. 49

วิธีทำ

โจทย์กำหนดให้ $\sqrt{M-21}$ เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า $M \geq 21$

$M+48$ และ $M-21$ มีค่าต่างกัน $48+21=69$

โจทย์กำหนดให้ $\sqrt{M+48}$ และ $\sqrt{M-21}$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เรียงติดกัน
จะได้ว่า $(M+48)^2$ และ $(M-21)^2$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เรียงติดกัน
และมีค่าต่างกัน 69

เนื่องจาก $34^2 = 1,156$ และ $35^2 = 1,225$ มีค่าต่างกัน $1,225 - 1,156 = 69$

จะได้ว่า $M+48 = 35^2$ หรือ $M-21 = 34^2$

$$M+48 = 1,225 \quad M-21 = 1,156$$

$$M = 1,177 \quad M = 1,177$$

ดังนั้น ผลคูณของเลขโดดหลักของ $M = 1 \times 1 \times 7 \times 7 = 49$

27. ตอบข้อ 4. 15,500 บาท

วิธีทำ

C พูดว่า “คนที่เข้าเส้นชัยหลังผมมีเพียง 2 คนเท่านั้น”

แสดงว่า C เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 3

A พูดว่า “คนที่เข้าเส้นชัยก่อนผมมีไม่น้อยกว่า 2 คน แต่ผมเข้าเส้นชัยก่อน D”

แสดงว่า A เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 4 และ D เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 5

B พูดว่า “ผมเข้าเส้นชัยตามหลัง E”

แสดงว่า B เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 2 และ E เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 1

จะได้ว่า A เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 4 ได้รับเงินรางวัล 2,500 บาท

B เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 2 ได้รับเงินรางวัล 8,000 บาท

C เข้าเส้นชัยเป็นคนที่ 3 ได้รับเงินรางวัล 5,000 บาท

ดังนั้น A, B และ C ได้เงินรางวัลรวมกัน $2,500 + 8,000 + 5,000$
 $= 15,500$ บาท

28. ตอบข้อ 1. 40 เซนติเมตร

วิธีทำ

ลวดเส้นหนึ่งยาว 200 เซนติเมตร

ให้ลวดที่ตัดแล้วเส้นที่หนึ่งยาว a เซนติเมตร

จะได้ว่าลวดที่ตัดแล้วเส้นที่สองยาว $200 - a$ เซนติเมตร

ลวดแต่ละเส้นนำมาขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูปเท่ากับ 1,300 ตารางเซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{11^{5n+8}}{11^{3n-1}} \times \frac{11^{2n-3}}{11^{4n+5}} \\
 &= 11^{5n+8-3n+1} \cdot 11^{2n-3-4n-5} \\
 &= 11^{2n+9} \cdot 11^{-2n-8} \\
 &= 11^{2n+9-2n-8} \\
 &= 11
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $(b - a)^2 = (11 - (-1))^2$
 $= 144$

17. ตอบข้อ 2. -1.75

วิธีทำ

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+a}}} = 1$$

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{1+a+1}{1+a}}} = 1$$

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{2+a}{1+a}}} = 1$$

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1+a}{2+a}} = 1$$

$$2 + \frac{1}{\frac{4+2a+1+a}{2+a}} = 1$$

$$2 + \frac{1}{\frac{5+3a}{2+a}} = 1$$

$$2 + \frac{2+a}{5+3a} = 1$$

$$\frac{10+6a+2+a}{5+3a} = 1$$

$$\frac{12+7a}{5+3a} = 1$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวของด้าน})^2$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 9\sqrt{3} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle PQR = \frac{1}{4} \text{ ของพื้นที่ } \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{4} \times 9\sqrt{3} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle XYZ = \frac{1}{4} \text{ ของพื้นที่ } \triangle PQR$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{16} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle XYZ \text{ มีพื้นที่ } \frac{9\sqrt{3}}{16} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

8. ตอบข้อ 3. 30 ลิตร

วิธีทำ

ให้น้ำเชื่อมชนิดแรกมีปริมาตร a ลิตร และมีน้ำตาลอยู่ 4%

จะได้ว่า น้ำเชื่อมชนิดที่สองมีปริมาตร $40 - a$ ลิตร และมีน้ำตาลอยู่ 8%

ผสมน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดเข้าด้วยกันแล้วได้น้ำเชื่อม 40 ลิตร และมีน้ำตาลอยู่ 5%

$$\text{เขียนสมการได้เป็น} \quad \frac{4}{100}a + \frac{8}{100}(40 - a) = \frac{5}{100}(40)$$

$$4a + 320 - 8a = 200$$

$$4a = 120$$

$$a = 30 \text{ ลิตร}$$

ดังนั้น จะต้องใช้น้ำเชื่อมชนิดแรก 30 ลิตร

27. ตอบข้อ 1. 38

วิธีทำ

$$560 = ax + b \quad \dots(1)$$

$$675 = ay + b \quad \dots(2)$$

$$(2) - (1); \quad 675 - 560 = ay + b - ax - b$$

$$115 = a(y - x)$$

ตัวประกอบของ 115 ได้แก่ 1, 5, 23, 115 ซึ่งเป็นค่าที่เป็นไปได้ของ a

ถ้า $a = 1$ พบว่า $b = 0$ (b คือเศษจากการหาร 560 และ 675 ด้วย a)

ถ้า $a = 5$ พบว่า $b = 0$

ถ้า $a = 23$ พบว่า $b = 8$

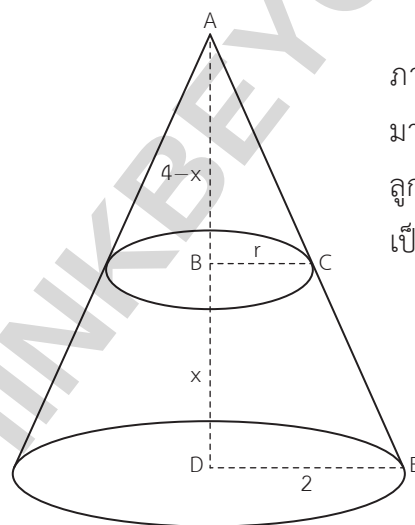
ถ้า $a = 115$ พบว่า $b = 100$

จากเงื่อนไขของโจทย์ จะได้ $a = 23$ และ $b = 8$

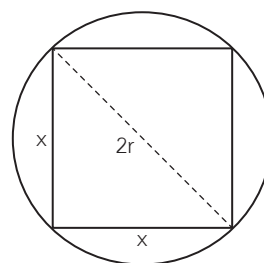
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 2a - b &= 2(23) - 8 \\ &= 38 \end{aligned}$$

28. ตอบข้อ 2. $4\sqrt{2} - 4$ หน่วย

วิธีทำ



ภาพจากการมองด้านบนเมื่อนำระนาบมาตัดขวางในแนวขนานกับฐานแล้วเห็นลูกบาศก์ยาวด้านละ x หน่วย อยู่ด้านในเป็นดังนี้



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$(2r)^2 = x^2 + x^2$$

$$4r^2 = 2x^2$$

$$2r^2 = x^2$$

$$\sqrt{2}r = x$$

$$r = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

จะได้ว่า

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$$

$$\frac{r}{2} = \frac{4-x}{4}$$

$$r = \frac{4-x}{2}$$

$$\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{4-x}{2}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{2}} = 4-x$$

$$\sqrt{2}x = 4-x$$

$$2x = 4\sqrt{2} - \sqrt{2}x$$

$$2x + \sqrt{2}x = 4\sqrt{2}$$

$$x(2 + \sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

$$x = \frac{4\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{8\sqrt{2} - 8}{4 - 2}$$

$$= \frac{8\sqrt{2} - 8}{2}$$

$$= 4\sqrt{2} - 4$$

ดังนั้น ลูกบาศก์นี้มีด้านยาวด้านละ $4\sqrt{2} - 4$ หน่วย

29. ตอบข้อ 2. 11.50 บาท

วิธีทำ

นักเรียน 100 คน มีเงินออมต่อวันรวมกัน $12 \times 100 = 1,200$ บาท

นักเรียนกลุ่มแรกจำนวน 20 คน มีเงินออมต่อวันรวมกัน $20 \times 15 = 300$ บาท

นักเรียนกลุ่มที่สองจำนวน 10 คน มีเงินออมต่อวันรวมกัน 95 บาท

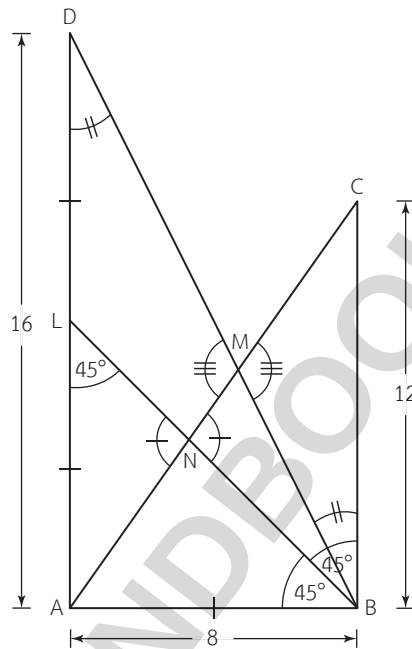
นักเรียนที่เหลือมีเงินออมต่อวันรวมกัน $1,200 - 300 - 95 = 805$ บาท

$$\begin{aligned}\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินออมต่อวันของนักเรียนที่เหลือ} &= \frac{805}{70} \text{ บาท} \\ &= 11.50 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ดังนั้น นักเรียนที่เหลือมีเงินออมต่อวันเฉลี่ยคนละ 11.50 บาท

27. ตอบข้อ 2. $\frac{288}{35}$ ตารางหน่วย

วิธีทำ



จากรูป พบว่า $\triangle ANL \sim \triangle CNB$

$$\frac{AL}{CB} = \frac{LN}{BN}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{LN}{BN} = \frac{2}{3}$$

และ $\triangle ADM \sim \triangle CBM$

$$\frac{AD}{CB} = \frac{DM}{BM}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{DM}{BM} = \frac{4}{3}$$

หาพื้นที่โดยใช้วิธีเทียบอัตราส่วนของด้าน

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ } \triangle BMN &= \frac{3}{7} \text{ ของพื้นที่ } \triangle BDN \\ &= \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} \text{ ของพื้นที่ } \triangle BDL \\ &= \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \text{ ของพื้นที่ } \triangle ABD \\ &= \frac{9}{70} \text{ ของพื้นที่ } \triangle ABD \\ &= \frac{9}{70} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \text{ ตารางหน่วย} \\ &= \frac{288}{35} \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ $\triangle BMN$ เท่ากับ $\frac{288}{35}$ ตารางหน่วย

27. ตอบข้อ 3. 901 ครั้ง

วิธีทำ

รอบที่ 1 ทุกคนได้จับมือกับคนที่มีความหมายเลขถัดไป รวมจับมือ 60 ครั้ง

รอบที่ 2 หมายเลข 2 จับมือกับหมายเลข 4-60 รวมจับมือ 57 ครั้ง

หมายเลข 4 จับมือกับหมายเลข 6-60 รวมจับมือ 55 ครั้ง

หมายเลข 6 จับมือกับหมายเลข 8-60 รวมจับมือ 53 ครั้ง

:

หมายเลข 58 จับมือกับหมายเลข 60 รวมจับมือ 1 ครั้ง

รวมรอบที่ 2 จับมือทั้งหมด $= 57 + 55 + 53 + \dots + 1$

$$= \frac{29}{2}(1 + 57)$$

$$= 841 \text{ ครั้ง}$$

รวมสองรอบมีการจับมือทั้งหมด $60 + 841 = 901$ ครั้ง

ดังนั้น ในงานนี้จะมีการจับมือทักทายกันทั้งหมด 901 ครั้ง

หมายเหตุ : ผลรวมของ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

เมื่อ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$ (โดยที่ $d \neq 0$)

เท่ากับ $\frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

28. ตอบข้อ 4. 3 : 2

วิธีทำ

ให้กาแฟชนิดราคากิโลกรัมละ 84 บาท มี a กิโลกรัม

และกาแฟชนิดราคากิโลกรัมละ 99 บาท มี b กิโลกรัม

$$\text{ราคาทุน} = 84a + 99b$$

$$\text{ราคาขาย} = 90(a + b)$$

ขายได้เท่ากับทุนคือ $\text{ราคาทุน} = \text{ราคาขาย}$

$$84a + 99b = 90(a + b)$$

$$84a + 99b = 90a + 90b$$

$$9b = 6a$$

$$\frac{9}{6} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

ดังนั้น จะต้องผสมกาแฟในอัตราส่วน 3 : 2 จึงจะขายได้เท่ากับทุนพอดี