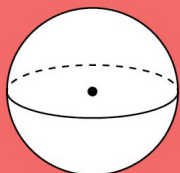


อัปเดตเนื้อหาทันสมัยล่าสุด



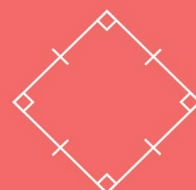
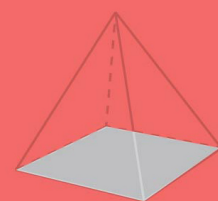
Very Easy

เก่งเลข

ม. ต้น

1-2-3

ฉบับ ง่ายๆ ทำข้อสอบได้ทุกวัน



สรุปเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ม. 1-2-3

เข้าใจง่าย

แนวข้อสอบครบทุกเนื้อหา

เนื้อหาครบถ้วน

พกพาไปอ่านได้ทุกที่

ภาพประกอบ 4 สี

เทคนิคช่วยจำเนื้อหาให้เร็วที่สุด

สารบัญ



สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.1

- จำนวนเต็ม
- เลขยกกำลัง
- ทศนิยมและเศษส่วน
- รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- การสร้างทางเรขาคณิต
- สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ
- กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
- สถิติ (พื้นฐานและการนำเสนอข้อมูล)

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.1

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.1

สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.2

- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- จำนวนจริง
- ปริซึมและทรงกระบอก
- การแปลงทางเรขาคณิต
- สมบัติเลขยกกำลัง
- พหุนาม (บวก ลบ คูณ หาร)
- สถิติ (แผนภาพจุด, แผนภาพต้น-ใบ)
- ความเท่ากันทุกประการ
- เส้นขนาน
- การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
- การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.2

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.2



7 สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.3

149

- | | | |
|----|--|-----|
| 7 | • อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว | 149 |
| 10 | • การแยกตัวประกอบพหุนาม (ดีกรี > 2) | 154 |
| 12 | • สมการกำลังสองตัวแปรเดียว | 155 |
| 14 | • ความคล้าย | 161 |
| 17 | • กราฟฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา) | 168 |
| 19 | • สถิติ (แผนภาพกล่อง) | 177 |
| 21 | • ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 178 |
| 26 | • วงกลม (ทฤษฎีบทมุมและเส้นสัมผัส) | 180 |
| 33 | • พีระมิด กรวย และทรงกลม | 189 |
| 37 | • ความน่าจะเป็น | 193 |
| 44 | • อัตราส่วนตรีโกณมิติ (sin, cos, tan) | 202 |

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.3

213

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.3

219

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ สอบเข้า ม.4

245

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ สอบเข้า ม.4

247





ม.1

เนื้อหาทอม 1

จำนวนเต็ม

1.

ประเภทของจำนวนเต็ม

จำนวนเต็มแบ่งเป็น 3 ชนิด

1.1 จำนวนเต็มบวก ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, ...

1.2 จำนวนเต็มลบ ได้แก่ -1, -2, -3, -4, -5, ...

1.3 จำนวนเต็มศูนย์ ได้แก่ 0

2.

สมบัติการบวกและการคูณจำนวนเต็ม

เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

2.1 สมบัติการสลับที่

1) สมบัติสลับที่การบวก

$$a + b = b + a$$

2) สมบัติสลับที่การคูณ

$$a \times b = b \times a$$



2.3 สมบัติการแจกแจง

$$1) a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$2) (b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

2.2 สมบัติการเปลี่ยนหมู่

1) สมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

2) สมบัติการเปลี่ยนหมู่การคูณ

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

3.

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ค่าสัมบูรณ์ของ a จะเขียน $|a|$ หมายถึง ระยะทางจาก 0 ถึง a บนเส้นจำนวน

$|7| = 7$ เพราะว่า ระยะทางจาก 0 ถึง 7 บนเส้นจำนวนเท่ากับ 7 หน่วย

$|-7| = 7$ เพราะว่า ระยะทางจาก 0 ถึง -7 บนเส้นจำนวนเท่ากับ 7 หน่วย

$|0| = 0$ เพราะว่า ระยะทางจาก 0 ถึง 0 บนเส้นจำนวนเท่ากับ 0 หน่วย

4.

การบวกจำนวนเต็ม

4.1 การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ

จะเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มลบแต่ละ

จำนวนบวกกันแล้วใส่ลบ

$$\text{เช่น } (-3) + (-4) = -(|-3| + |-4|)$$

$$= -(3 + 4)$$

$$= -7$$



จำนวนตรงข้าม เมื่อ a , b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ a และ b อยู่คนละข้างกันเมื่อเทียบกับ 0 ในระยะทางเท่ากันบนเส้นจำนวน และ $|a| = |b|$ จะกล่าวว่า a และ b เป็นจำนวนตรงข้ามกัน

4.2 การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบหรือกลับกัน

จะเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของแต่ละจำนวนลบกัน

โดยที่เอาค่าสัมบูรณ์ที่มีค่ามากลบด้วยน้อย

และจะตอบบวกหรือลบ ต้องดูจากเครื่องหมายของตัวที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

แต่ถ้าค่าสัมบูรณ์เท่ากันจะตอบศูนย์

$$\text{เช่น } 5 + (-7) = -(|-7| - |5|) = -(7 - 5) = -2$$

$$6 + (-4) = |6| - |-4| = 6 - 4 = 2$$

$$5 + (-5) = |5| - |-5| = 5 - 5 = 0$$

สัดส่วน

สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วน

เช่น $4 : 5 = 8 : 10$

คุณสมบัติของสัดส่วน

ถ้า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ แล้ว $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ และ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

เมื่อ a, b, c และ $d \neq 0$

ร้อยละ

ร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์

คือ อัตราส่วนที่มีค่าส่วนในเศษส่วนเท่ากับ 100

ร้อยละ หรือ $\% = \frac{\text{เศษ}}{\text{ส่วน}} \times 100$

จุดสังเกต

ถ้าใช้ "ร้อยละ" แล้วจะไม่เขียน "%" ตามหลัง
หรือถ้าใช้ "%" ก็จะไม่เขียนคำว่า
"ร้อยละ" ด้วยกันอีก

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละเรื่องกำไรขาดทุน

1. กำไร = ราคาขาย - ราคาซื้อ (ทุน)

2. ขาดทุน = ราคาซื้อ - ราคาขาย

3. กำไร $a\%$ หมายถึง

3.1 ทุน 100 บาท กำไร a บาท

3.2 ทุน 100 บาท ขายไป $100 + a$ บาท

5. ลดราคา $a\%$ ของราคาที่ดีได้

5.1 ตัดราคาไว้ 100 บาท ลดให้ a บาท

5.2 ตัดราคาไว้ 100 บาท ขายเพียง $100 - a$ บาท

4. ขาดทุน $a\%$ หมายถึง

4.1 ทุน 100 บาท ขาดทุน a บาท

4.2 ทุน 100 บาท ขายไป $100 - a$ บาท

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.1

1. MDXLII มีค่าเท่าไร
2. DCXVIII มีค่าเท่าไร
3. MMCDXXV มีค่าเท่าไร
4. MDCCXIV มีค่าเท่าไร
5. DLXXXVII มีค่าเท่าไร
6. ถ้า $7 + a$ เป็นจำนวนคู่ ข้อใดถูกต้อง
 1. a เป็นศูนย์
 2. a เป็นจำนวนคู่
 3. a เป็นจำนวนคี่
 4. a เป็นได้ทั้งจำนวนคู่และจำนวนคี่
7. จำนวน 46 ฐานสิบ แปลงเป็นระบบฐานสองได้เท่ากับข้อใด
8. จำนวน 17 ฐานสิบ แปลงเป็นระบบฐานสองได้เท่ากับข้อใด
9. จำนวน 57 ฐานสิบ แปลงเป็นระบบฐานสามได้เท่ากับข้อใด
10. จำนวน 358 ฐานสิบ แปลงเป็นระบบฐานเจ็ดได้เท่ากับข้อใด
11. จำนวน 547 ฐานสิบ แปลงเป็นระบบฐานห้าได้เท่ากับข้อใด
12. 42433_5 มีค่าเท่าไรในระบบฐานสิบ
13. 64013_7 มีค่าเท่าไรในระบบฐานสิบ
14. $111_7 + 222_5$ มีค่าเท่าไรในระบบฐานสิบ
15. $105_4 + 247_7 - 211_3$ มีค่าเท่าไรในระบบฐานสิบ
16. ระหว่าง 1 - 20 มีจำนวนเฉพาะทั้งหมดกี่จำนวน
17. ระหว่าง 50 - 100 มีจำนวนเฉพาะทั้งหมดกี่จำนวน
18. ค่าของ 5 และ 7 ใน $115,279$ ต่างกันอยู่เท่าไร
19. ค่าของ 2 และ 9 ใน $289,547$ ต่างกันอยู่เท่าไร
20. ค่าของ 1 และ 7 ใน $215,783$ ต่างกันอยู่เท่าไร
21. ค่าของ 5 และ 7 ใน $245,673$ ต่างกันอยู่เท่าไร
22. ค่าของ 4 และ 9 ใน $415,923$ ต่างกันอยู่เท่าไร
23. ห.ร.ม. ของ 15, 27 และ 36 คือข้อใด
24. ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 48 คือข้อใด
25. ห.ร.ม. ของ 21, 42 และ 105 คือข้อใด
26. ห.ร.ม. ของ 45, 80 และ 95 คือข้อใด
27. ค.ร.น. ของ 8, 16 และ 20 คือข้อใด
28. ค.ร.น. ของ 15, 30 และ 45 คือข้อใด
29. ค.ร.น. ของ 21, 49 และ 63 คือข้อใด
30. ค.ร.น. ของ 16, 56 และ 72 คือข้อใด
31. เลขสองจำนวนมี ห.ร.ม. คือ 15 และ ค.ร.น. คือ 2,100 ถ้าเลขจำนวนหนึ่งคือ 105 แล้วเลขอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่าไร

72. **ตอบ** $\frac{3}{5}$

$$0.5\dot{9} = \frac{\text{ทศนิยมตัวเศษทั้งหมด} - \text{ทศนิยมตัวที่ไม่ซ้ำ}}{\text{ทศนิยมตัวที่ซ้ำเป็น 9 และตัวที่ไม่ซ้ำเป็น 0}}$$

$$= \frac{59 - 5}{90}$$

$$= \frac{54}{90}$$

$$= \frac{3}{5}$$

ดังนั้น $0.5\dot{9}$ เท่ากับ $\frac{3}{5}$

73. **ตอบ 3.**

ข้อ 3. ผิด เนื่องจากเส้นขนานจะต้องไม่ตัดกัน

74. **ตอบ จุด**

จุด เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้ในการบอกตำแหน่ง
นิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษกำกับไว้เป็นการระบุชื่อ

75. **ตอบ • A**

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการบอกตำแหน่งของ A คือ • A

76. **ตอบ • D**

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการบอกตำแหน่งของ D คือ • D

77. **ตอบ 4.**

ลูกฟุตบอล เป็นรูปทรงกลมซึ่งไม่มีลักษณะขนาน

78. **ตอบ 1.**

โทรทัศน์ มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งจะมีลักษณะขนานกัน

79. **ตอบ 1.**

จากรูปเป็นส่วนของเส้นตรง AB เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overline{AB}$

80. **ตอบ 2.**

จากรูปเป็นเส้นตรง AB เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overleftrightarrow{AB}$ หรือ $\overleftrightarrow{BA}$

81. **ตอบ 2.**

จากรูปเป็นเส้นตรง XY เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overleftrightarrow{XY}$ หรือ $\overleftrightarrow{YX}$

82. **ตอบ 3.**

จากรูปเป็นรัศมีจาก N ไป M เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overrightarrow{NM}$

83. **ตอบ 3.**

จากรูปเป็นรัศมีจาก S ไป T เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overrightarrow{ST}$

84. **ตอบ 1.**

จากรูปเป็นส่วนของเส้นตรง DE เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overline{DE}$

85. **ตอบ 3.**

จากรูปเป็นรังสีจาก A ไป B เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overrightarrow{AB}$

86. **ตอบ 4.**

จากรูปเป็นรังสีจาก E ไป D เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $\overrightarrow{ED}$

87. **ตอบ 4.**

จากรูปเขียนสัญลักษณ์แทนมุมด้วย $\hat{A}BC$ หรือ $\angle ABC$
อ่านว่า มุม ABC มี $\overrightarrow{BA}$ และ $\overrightarrow{BC}$ เป็นแขนของมุม และ B เป็นจุดยอดของมุม

88. **ตอบ 4.**

จากรูปเขียนสัญลักษณ์แทนมุมด้วย $\hat{A}BC$ หรือ $\angle ABC$
อ่านว่า มุม ABC มี $\overrightarrow{BA}$ และ $\overrightarrow{BC}$ เป็นแขนของมุม และ B เป็นจุดยอดของมุม

ตัวอย่างที่ 2



กำหนดให้ $A = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ และ $B = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$ ค่าของ $A + B$ เท่ากับเท่าใด

วิธีคิดที่ 1

$$A = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$$

$$A^2 = 2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}$$

$$A^2 = 2 + A$$

$$A^2 - A - 2 = 0$$

$$(A - 2)(A + 1) = 0$$

$$A = 2, -1 \text{ แต่ } A > 0$$

$$A = 2$$

$$B = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$$

$$B^2 = 6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}$$

$$B^2 = 6 + B$$

$$B^2 - B - 6 = 0$$

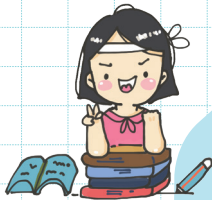
$$(B - 3)(B + 2) = 0$$

$$B = 3, -2 \text{ แต่ } B > 0$$

$$B = 3$$

ดังนั้น

$$\text{เพราะฉะนั้น } A + B = 2 + 3 = 5$$



ตัวอย่างที่ 2

ถ้า $169^{3-x} = 2,197^{x+2}$ และ $9^{3+y} = 81^{4+2y}$ แล้ว x ต่างจาก y เท่าใด



วิธีคิด จากโจทย์

$$169^{3-x} = 2,197^{x+2}$$

$$(13^2)^{3-x} = (13^3)^{x+2}$$

$$13^{6-2x} = 13^{3x+6}$$

จะได้ว่า

$$6 - 2x = 3x + 6$$

$$x = 0$$

จากโจทย์

$$9^{3+y} = 81^{4+2y}$$

$$(3^2)^{3+y} = (3^4)^{4+2y}$$

$$3^{6+2y} = 3^{16+8y}$$

จะได้ว่า

$$6 + 2y = 16 + 8y$$

$$8y - 2y = 6 - 16$$

$$6y = -10$$

$$y = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$$

ดังนั้น

$$x - y = 0 - \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{3}$$



ตัวอย่างที่ 3

ถ้า $2^x = 3^y = 4^z = (24)^{10}$ แล้ว $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ มีค่าเท่าใด

วิธีคิด จากโจทย์

จะได้

$$2^x = 3^y = 4^z = (24)^{10}$$

$$2^x = (24)^{10}$$

$$(2^x)^{\frac{1}{x}} = ((24)^{10})^{\frac{1}{x}}$$

$$2 = (24)^{\frac{10}{x}} \quad \dots(1)$$

จะได้

$$3^y = (24)^{10}$$

$$(3^y)^{\frac{1}{y}} = ((24)^{10})^{\frac{1}{y}}$$

$$3 = (24)^{\frac{10}{y}} \quad \dots(2)$$

จะได้

$$4^z = (24)^{10}$$

$$(4^z)^{\frac{1}{z}} = ((24)^{10})^{\frac{1}{z}}$$

$$4 = (24)^{\frac{10}{z}} \quad \dots(3)$$

นำ (1) $\times$ (2) $\times$ (3)

จะได้

$$2 \times 3 \times 4 = (24)^{\frac{10}{x}} (24)^{\frac{10}{y}} (24)^{\frac{10}{z}}$$

$$(24)^1 = 24^{\frac{10}{x} + \frac{10}{y} + \frac{10}{z}}$$

จะได้ว่า

$$\frac{10}{x} + \frac{10}{y} + \frac{10}{z} = 1$$

$$10\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 1$$

ดังนั้น

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$



ตัวอย่างที่ 2

ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 4 คน มีค่ามัธยฐานเท่ากับ 72
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 71 และพิสัยเท่ากับ 12 จงหาว่านักเรียนที่ทำคะแนนได้สูงสุดสอบได้ที่คะแนน

วิธีคิด นำคะแนนของนักเรียน 4 คน มาเรียงจากน้อยไปหามากได้ดังนี้ x_1, x_2, x_3, x_4



จากโจทย์ ค่ามัธยฐานเท่ากับ 72 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{x_2 + x_3}{2} &= 72 \\ x_2 + x_3 &= 144 \quad \dots(1)\end{aligned}$$

จากโจทย์ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 71 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} &= 71 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 284 \quad \dots(2)\end{aligned}$$

แทน (1) ลงใน (2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}x_1 + 144 + x_4 &= 284 \\ x_1 + x_4 &= 284 - 144 \\ x_1 + x_4 &= 140 \quad \dots(3)\end{aligned}$$

จากโจทย์ พิสัยเท่ากับ 12 จะได้ว่า

$$x_4 - x_1 = 12 \quad \dots(4)$$

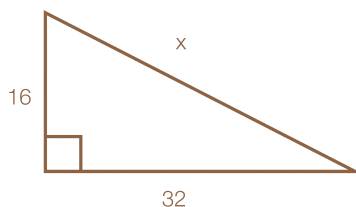
นำ (3) + (4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}2x_4 &= 152 \\ x_4 &= \frac{152}{2} = 76\end{aligned}$$

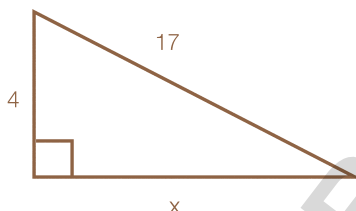
ดังนั้น นักเรียนคนที่ได้คะแนนสูงสุดได้คะแนนเท่ากับ 76 คะแนน



28. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหาค่า x



29. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหาค่า x



30. $\sqrt{49} + \sqrt{25} - \sqrt{9}$ มีค่าเท่าไร

31. $\sqrt{169} + 3\sqrt{9} - 2\sqrt{16}$ มีค่าเท่าไร

32. $\sqrt[3]{27} + 4\sqrt[4]{16} - 3\sqrt{25}$ มีค่าเท่าไร

33. $\frac{\sqrt[3]{64} + 2\sqrt{81}}{\sqrt{121}}$ มีค่าเท่าไร

34. $\frac{\sqrt{289} - \sqrt[4]{625}}{\sqrt[3]{27}}$ มีค่าเท่าไร

35. $\frac{3\sqrt{5} + 13\sqrt{5} - 7\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$ มีค่าเท่าไร

36. $\frac{\sqrt{108} + \sqrt{12} - \sqrt{75}}{\sqrt{9}}$ มีค่าเท่าไร

37. $4(\sqrt[3]{16})^3 + 7\sqrt[3]{216} + 4^3$ มีค่าเท่าไร

38. $\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{343} + \sqrt{64}$ มีค่าเท่าไร

39. ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 14 เซนติเมตร สูง 25 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวข้างเป็นเท่าไร

40. ปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ามีด้านยาวด้านละ 15 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวข้างเป็นเท่าไร

41. โหลทรงกระบอกมีรัศมียาว 21 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวข้างเป็นเท่าไร (กำหนด $\pi = \frac{22}{7}$)

42. กล้องทรงลูกบาศก์มีด้านยาวด้านละ 10 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวเท่าไร

43. กล้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาว 18 เซนติเมตร กว้าง 12 เซนติเมตร สูง 8 เซนติเมตรจะมีพื้นที่ผิวเท่าไร

44. รูปทรงกระบอกรูปหนึ่งมีรัศมีของฐานยาว 14 เซนติเมตร และมีความสูง 27 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวเท่าไร (กำหนด $\pi = \frac{22}{7}$)

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.2

1. ตอบ 10 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 8^2 + 6^2$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$= 10 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร

2. ตอบ 37.74 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 32^2 + 20^2$$

$$c = \sqrt{1,424}$$

$$\approx 37.74 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

37.74 เซนติเมตร

3. ตอบ 20 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 12^2 + 16^2$$

$$c = \sqrt{400}$$

$$= 20 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 20 เซนติเมตร

4. ตอบ 25.24 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 21^2 + 14^2$$

$$c = \sqrt{637}$$

$$\approx 25.24 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

25.24 เซนติเมตร

5. ตอบ 45.45 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 29^2 + 35^2$$

$$c = \sqrt{2,066}$$

$$\approx 45.45 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

45.45 เซนติเมตร

6. ตอบ 27.78 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 14^2 + 24^2$$

$$c = \sqrt{772}$$

$$\approx 27.78 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

27.78 เซนติเมตร

7. ตอบ 32.25 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 28^2 + 16^2$$

$$c = \sqrt{1,040}$$

$$\approx 32.25 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

32.25 เซนติเมตร

8. ตอบ 46.4 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 37^2 + 28^2$$

$$c = \sqrt{2,153}$$

$$\approx 46.4 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

46.4 เซนติเมตร

9. ตอบ 24.74 เซนติเมตร

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 24^2 + 6^2$$

$$c = \sqrt{612}$$

$$\approx 24.74 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวประมาณ

24.74 เซนติเมตร

76. **ตอบ 70.27**

จากโจทย์ $N = 100, \bar{X} = 70$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$\sum X = 70 \times 100 = 7,000$$

$$\sum X_{\text{ใหม่}} = 7,000 - 48 - 64 - 78 + 84 + 46 + 87$$

$$= 7,027$$

$$\bar{X}_{\text{ใหม่}} = \frac{7,027}{100}$$

$$= 70.27$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้องเท่ากับ 70.27

77. **ตอบ 75 คะแนน**

$\bar{X} = 72$ เมื่อ $N = 10$ มีคะแนนรวมเป็น 720 คะแนน

คะแนนของนักเรียน 8 คน คือ 39, 46, 54, 70, 83, 86, 93, 99

จะมี $\bar{X} = 71.25$ และมีคะแนนรวมเป็น 570 คะแนน

ซึ่ง $720 - 570 = 150$ คะแนน

ให้ x_1 แทนคะแนนของนักเรียนคนที่ 1
และ x_2 แทนคะแนนของนักเรียนคนที่ 2 } โดยที่ x_1 มีคะแนนมากกว่า x_2

$$\text{จะได้ } x_1 + x_2 = 150 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$x_1 - x_2 = 4 \quad \dots\dots\dots (2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$x_1 = 77 \text{ คะแนน}$$

$$x_2 = 73 \text{ คะแนน}$$

คะแนนของนักเรียน 10 คน คือ 39, 46, 54, 70, 73, 77, 83, 86, 93, 99

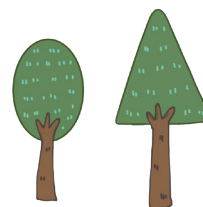
มัธยฐานอยู่ระหว่างตำแหน่งที่ 5 กับ 6 คือ 73 กับ 77

$$\text{มัธยฐานคือ} = \frac{73 + 77}{2}$$

$$= \frac{150}{2}$$

$$= 75 \text{ คะแนน}$$

ดังนั้น ค่ามัธยฐานของคะแนนวิชาภาษาไทยของนักเรียนทั้ง 10 คน เท่ากับ 75 คะแนน



สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

1.

รูปทั่วไปของสมการกำลังสอง



รูปทั่วไปของสมการกำลังสอง คือ

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

2.

การแก้สมการกำลังสอง

2.1 การหาคำตอบโดยวิธีการแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง

จงหาคำตอบของสมการ $x^2 - 3x - 4 = 0$

วิธีคิด

จากสมการ

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

จะได้

$$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

และ

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ

$$x = 4, -1$$



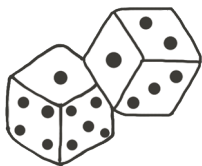
2.2 การหาคำตอบโดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์

สูตรกำลังสองสมบูรณ์

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

$$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$$



ตัวอย่าง

จงแก้สมการ $x^2 + 6x + 2 = 0$

วิธีคิด

คิดจากสมการ

$$x^2 + 6x + 2 = 0$$

$$x^2 + 2(3)x + 3^2 + 2 - 3^2 = 0$$

$$(x + 3)^2 + 2 - 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 - (\sqrt{7})^2 = 0$$

$$(x + 3 - \sqrt{7})(x + 3 + \sqrt{7}) = 0$$

จะได้ว่า

$$x + 3 - \sqrt{7} = 0 \rightarrow x = -3 + \sqrt{7}$$

$$x + 3 + \sqrt{7} = 0 \rightarrow x = -3 - \sqrt{7}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ $-3 + \sqrt{7}$ และ $-3 - \sqrt{7}$



2.3 การหาคำตอบโดยใช้สูตร

จาก $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$

คำตอบของสมการ คือ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

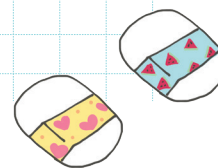
เมื่อ $b^2 - 4ac = 0$ สมการจะมีคำตอบเดียว

เมื่อ $b^2 - 4ac \geq 0$ สมการจะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 ค่า

เมื่อ $b^2 - 4ac < 0$ สมการจะไม่มีคำตอบเป็นจำนวนจริง

ผลบวกของคำตอบของสมการเท่ากับ $-\frac{b}{a}$

ผลคูณของคำตอบของสมการเท่ากับ $\frac{c}{a}$



เราสามารถจัดรูปสมการทั่วไป เทียบเคียงสมการมาตรฐาน
เพื่อหาค่าจุดยอดของพาราโบลาได้ ดังต่อไปนี้

จากสมการทั่วไป

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

$$y = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] + c$$

$$y = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] + c$$

$$y = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} \right] + c$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left(c - \frac{b^2}{4a} \right)$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

เทียบกับ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = -\frac{b}{2a}$

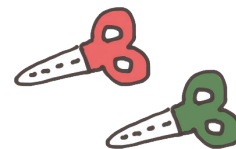
$$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

จุดยอดของพาราโบลา (จุดต่ำสุดของกราฟหงาย หรือจุดสูงสุดของกราฟคว่ำ)

$$(h, k) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

แกนสมมาตร คือ เส้นตรง $x = -\frac{b}{2a}$

เส้นตรง $x = -\frac{b}{2a}$

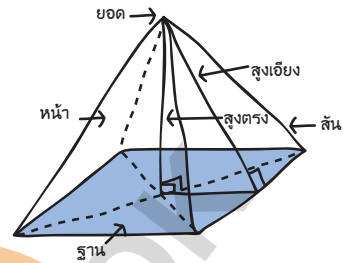




พีระมิด กรวย และทรงกลม

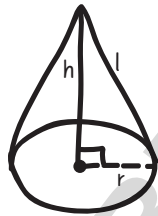


พีระมิด



1. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวรอบฐาน $\times$ สูงเอียง
2. พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง = พื้นที่ฐาน + $\left[\frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูงเอียง} \right]$
3. ปริมาตรของพีระมิด = $\frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ สูง

กรวยกลม

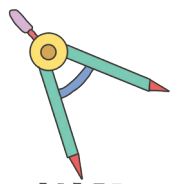


1. พื้นที่ผิวข้างของกรวยกลม = πrl เมื่อ l คือสูงเอียง
2. พื้นที่ผิวของกรวยกลม = $\pi rl + \pi r^2$
3. ปริมาตรของกรวยกลม = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

ทรงกลม



1. พื้นที่ผิวของทรงกลม = $4\pi r^2$
2. ปริมาตรของทรงกลม = $\frac{4}{3} \pi r^3$



$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

สูตรแปลงผลบวก
และผลต่างเป็นผลคูณ

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$



$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

สูตรฟังก์ชัน
ของมุมสองเท่า

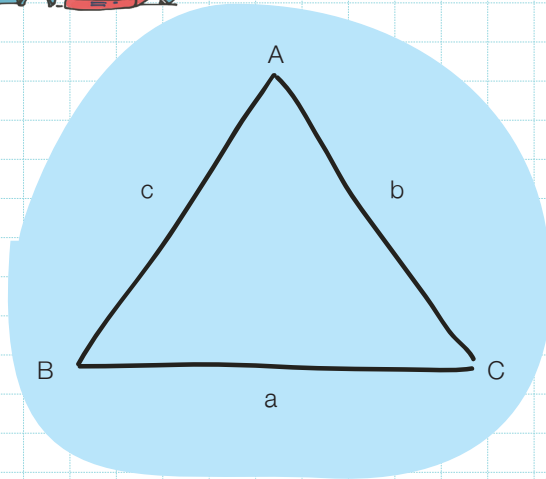
$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$





ตรีโกณมิติ ในสามเหลี่ยม



1.

กฎของไซน์

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

2.

กฎของโคไซน์

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

พื้นที่ของสามเหลี่ยม



$$\text{พื้นที่ } \triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B$$

การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ

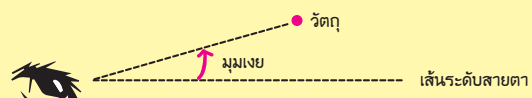
การวัดมุมทางตรีโกณมิติ

จะระบุมุมจากทิศทางการมอง 2 ลักษณะ ดังนี้

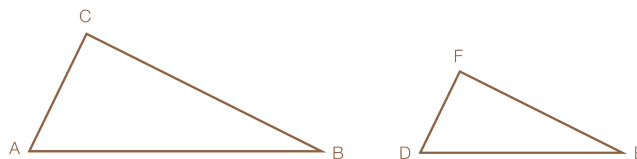
1. มุมก้ม : มุมที่อยู่ระหว่างเส้นระดับสายตา กับเส้นที่ลากจากตาไปยังวัตถุ โดยวัตถุจะอยู่ต่ำกว่าระดับสายตา



2. มุมเงย : มุมที่อยู่ระหว่างเส้นระดับสายตา กับเส้นที่ลากจากตาไปยังวัตถุ โดยวัตถุจะอยู่สูงกว่าระดับสายตา



53. **ตอบ 23.33 เซนติเมตร**



จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย จะได้

แทนค่า จะได้

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{35}{DE} = \frac{24}{16}$$

$$DE = \frac{35 \times 16}{24}$$

$$\approx 23.33$$

ดังนั้น ความยาวของ $\overline{DE}$ ประมาณ 23.33 เซนติเมตร

54. **ตอบ 2.**

ข้อ 2. ผิด เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = 3$, $k = 1$ และ $a = 5$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (3, 1)$

58. **ตอบ (-12, 0)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = -12$, $k = 0$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (-12, 0)$

55. **ตอบ (2, 8)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = 2$, $k = 8$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (2, 8)$

59. **ตอบ (-8, -7)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = -8$, $k = -7$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (-8, -7)$

56. **ตอบ (-2, 5)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = -2$, $k = 5$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (-2, 5)$

60. **ตอบ (-1, -2)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = -1$, $k = -2$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (-1, -2)$

57. **ตอบ (4, -6)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = 4$, $k = -6$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (4, -6)$

61. **ตอบ (5, -3)**

เนื่องจากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $h = 5$, $k = -3$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(h, k) = (5, -3)$

17. **ตอบข้อ ค.**

จากโจทย์ กำหนดให้ $5^a = 289$ ----- (1)

และ $5^b = 200$ ----- (2)

จาก (2) ; $5^b \times 5^{-2} = 200 \times 5^{-2}$ (คูณด้วย 5^{-2} ทั้งสองข้าง)

$$5^{b-2} = 200 \times \frac{1}{25}$$

$$5^{b-2} = 8$$

$$(5^{b-2})^{\frac{1}{b-2}} = (8)^{\frac{1}{b-2}} \quad \left(\text{ยกกำลังด้วย } \frac{1}{b-2} \text{ ทั้งสองข้าง} \right)$$

$$(8)^{\frac{1}{b-2}} = 5$$

$$\left(8^{\frac{1}{b-2}} \right)^a = (5^a) \quad \left(\text{ยกกำลังด้วย } a \text{ ทั้งสองข้าง} \right)$$

$$8^{\frac{a}{b-2}} = 5^a$$

$$\left(8^{\frac{a}{b-2}} \right)^{\frac{1}{2}} = (5^a)^{\frac{1}{2}} \quad \left(\text{ยกกำลังด้วย } \frac{1}{2} \text{ ทั้งสองข้าง} \right)$$

$$8^{\frac{a}{2(b-2)}} = (5^a)^{\frac{1}{2}}$$

แทนค่า 5^a จาก (1) ;

$$8^{\frac{a}{2(b-2)}} = (289)^{\frac{1}{2}}$$

$$= (17^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 17^{(2)(\frac{1}{2})}$$

ดังนั้น $8^{\frac{a}{2(b-2)}} = 17$