

สรุปจบ... ครบในเล่มเดียว



ความถนัดทางคณิตศาสตร์

เตรียมสอบ

PAT 1

ฉบับสมบูรณ์

สรุปเนื้อหาละเอียดครบถ้วนทุกหัวข้อการสอบ รวบรวมเทคนิคการทำโจทย์ที่ชัดเจน เข้าใจง่าย พร้อมตัวอย่างแนวข้อสอบจริงกว่า 200 ข้อ โดยอธิบายแนวคิดและวิธีการทำโจทย์ให้รวดเร็ว พิเศษโจทย์ 100 ข้อ ฝึกทำข้อสอบก่อนลงสนามจริง

รองรับระบบใหม่ TCAS เตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัยหลักสูตร International, เตรียมสอบ SAT

โดย : ศิริจรรยา นากะสินธุ์ (พีว)

- วท.บ. (จุลชีววิทยา) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- วท.ม. (Natural Resource Management) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
- ตัวต่อพิเศษวิชาคณิตศาสตร์และฟิสิกส์หลักสูตร International และ English Program และเตรียมสอบเข้าโรงเรียนชั้นนำทั่วประเทศ

เตรียมสอบ PAT 1 ฉบับสมบูรณ์

หมายเลขหนังสือ ISBN	978-616-449-056-7
ผู้เขียน	ศิริจรรยา นากะสินธุ์
บรรณาธิการ	นิภาณีภา สหัสโยธิน
บรรณาธิการบริหาร	กรภัทร์ สุทธิคารา
ศิลปกรรมปก	วินัสสา ปั่นจาด
ศิลปกรรมรูปเล่ม	อภิชนา วาริสันติชัย
พิสูจน์อักษร	เจ้าขา
ตรวจสอบคุณภาพสินค้า	วรพล ณธิกุล, ฉัตรชนก แก้วจันทร์, ปฐมพล ธรรมศรีสกุล, มงคล แก้วพลอย
พิมพ์ครั้งที่ 1	กุมภาพันธ์ 2561
ราคา	199 บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

ศิริจรรยา นากะสินธุ์.

เตรียมสอบ PAT 1 ฉบับสมบูรณ์. -- นนทบุรี : ینگ์ ปียอนด์ บุ๊คส์, 2561. 224 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ -- ข้อสอบและเฉลย. I. ชื่อเรื่อง.

510.76

ISBN 978-616-449-056-7

สร้างสรรค์โดย



บริษัท ینگ์ ปียอนด์ บุ๊คส์ จำกัด

เลขที่ 200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1903A

จัสมินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์ ถนนแจ้งวัฒนะ

อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี 11120

www.thinkbeyondbook.com

จัดจำหน่ายโดย

บริษัท โอเคซี พรีเมียร์ จำกัด

เลขที่ 200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901 จัสมินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์

ถนนแจ้งวัฒนะ อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี 11120

โทรศัพท์ 0 2962 1081 ต่อ 121 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย) จันทร์-ศุกร์ 09.00-17.30 น.

โทรสาร 0 2962 1084 (สำหรับสั่งซื้อผ่านเว็บไซต์)

จากใจสำนักพิมพ์

PAT1 หรือ "ข้อสอบวัดความถนัดทางคณิตศาสตร์" เป็นวิชาเลขของการสอบ GAT/PAT และเป็นโจทย์เลขที่ยากที่สุดในการสอบแอดมิชชัน ซึ่งถือว่ายากกว่าข้อสอบ O-NET หรือฝั่ง 9 วิชาสามัญเสียอีก ซึ่งนักเรียนคนไหนที่ต้องการจะสอบติดคณะที่ใช้ตรรกะด้านวิชาเลขเยอะๆ อย่าง บัญชี เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ซึ่งจะใช้คะแนน PAT1 เป็นหลัก ก็จะต้องมีความขยันในการฝึกทำข้อสอบและจดจำเทคนิคในการข้อสอบ PAT1 ให้ได้

เป็นที่รู้กันว่าระดับความยากของโจทย์นั้น หินระดับสับกันเลยทีเดียว หนังสือ เตรียมสอบ PAT1 ฉบับสมบูรณ์ เล่มนี้ จึงไม่พลาดที่จะรวบรวมเอาเทคนิคการทำโจทย์มาไว้ในเล่มนี้อย่างละเอียดครบ พร้อมอธิบายหลักการทำข้อสอบจากตัวอย่างโจทย์ไปพร้อมๆ กัน และแน่นอนว่าไม่มีอะไรจะดีไปกว่าการหมั่นทบทวนความรู้ด้วยการทำข้อสอบ และโจทย์เพื่อให้เห็นรูปแบบของข้อสอบอย่างครบถ้วนและหลากหลาย ในเล่มจึงเต็มไปด้วยตัวอย่างข้อสอบกว่า 200 ข้อ โดยอธิบายแนวคิดและวิธีการทำโจทย์ให้รวดเร็วอีกด้วย

ทางสำนักพิมพ์ตั้งใจทำหนังสือเล่มนี้เพื่อหวังให้เป็นอาวุธคู่ใจสำหรับนักเรียนทุกคนให้พิชิตข้อสอบ PAT 1 ให้ได้คะแนนสมตั้งใจปรารถนา

สำนักพิมพ์ Think Beyond A+

จากใจนักเขียน

การเตรียมตัวให้พร้อมเพื่อก้าวเข้าสู่รั้วมหาวิทยาลัยจึงเป็นเรื่องสำคัญและควรเตรียมตัวแต่เนิ่นๆ

หนังสือ เตรียมสอบ PAT1 ฉบับสมบูรณ์ เล่มนี้ได้เขียนรวบรวมสูตร เทคนิค และแนวโจทย์เก่าๆ ของการสอบ PAT1 เพื่อให้ได้ประลองฝีมือและทบทวนความรู้ไปด้วยในตัว

เนื้อหาที่ครอบคลุมในหนังสือเล่มนี้มีทั้งเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติมตลอดช่วง ม.4-6 เหมาะสำหรับเตรียมตัวเพื่อสอบ PAT1 ไม่ว่าจะเป็นเด็กสายวิทย์ สายศิลป์-คำนวณ หรือศิลป์-ภาษา ที่จำเป็นต้องใช้ PAT1 เป็นคะแนนยื่นเข้ามหาวิทยาลัยที่หวังไว้ นอกจากสรุปเนื้อหาและแนวโจทย์แล้ว ยังมีของแถมให้ในท้ายเล่ม รับรองว่าดีและมีประโยชน์สำหรับทุกคนแน่นอน

หวังว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยให้คุณมุ่งไปสู่เป้าหมายที่ตั้งหวังไว้ได้สำเร็จ ขอให้ทุกคนโชคดี และมีความสุขกับการอ่านหนังสือเล่มนี้

ประวัตินักเรียน

ศิริจรรยา นากะสินธุ์

การศึกษา	ปริญญาตรี วท.บ. (จุลชีววิทยา) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
	ปริญญาโท วท.ม. (Natural Resource Management) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ประสบการณ์	ติวเทอร์วิชาคณิตศาสตร์หลักสูตร International และ English Program
	ติวเทอร์วิชาคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ เพื่อเตรียมสอบ 9 วิชาสามัญ, PAT 1 ในโรงเรียนชั้นนำทั่วประเทศ
	ติวเทอร์เตรียมสอบ SAT เข้ามหาวิทยาลัยหลักสูตร International

ขอบคุณจากใจนักเรียน

พี่เองก็เคยเป็นคนหนึ่งที่สับสน ฉันจะเรียนต่ออะไรดี ฉันจะเรียนต่อมหาวิทยาลัยไหน หรือฉันจะไปต่อสายอาชีพอะไร ช่วงชีวิตตอน ม.ปลาย มันคึกมาก สนุกมาก และก็เครียดมากเช่นกัน เวลาตอนนั้นผ่านไปไวเหมือนโกหก และอนาคตก็มาถึงเราไวจนน่าใจหาย ไม่น่าเชื่อเลยว่าการกรอกข้อมูล การยื่นใบสมัครเพียงไม่กี่วันจะทำให้ชีวิตเราพลิกผันไปสู่การเติบโตที่เป็นผู้ใหญ่ได้มากขึ้น ขอบคุณประสบการณ์วัยเด็กของตัวเอง เพื่อนๆ ครอบครัว และทุกๆ คนในวัยเด็กที่ทำให้พี่มีกำลังใจ และอยากส่งต่อสิ่งดีๆ ประสบการณ์ที่พี่ได้รับให้กับน้องๆ ผ่านหนังสือเล่มนี้

สุดท้ายหนังสือเล่มนี้จะสำเร็จออกมาไม่ได้ หากไม่ได้รับโอกาสที่ดีจากพี่นิกก็ บก. ใจดีของเรา และขอบคุณในการให้โอกาสของน้องเวย์ และความเชื่อใจที่มอบให้

ศิริจรรยา นากะสินธุ์

P'View Tutor @TUTORIE

PART 1 เทคนิคพิชิตข้อสอบ	5
PART 2 สรุปเนื้อหา	28
1. ตรรกศาสตร์	29
2. เซต	35
3. ระบบจำนวนจริง	39
4. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	50
5. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	60
6. เรขาคณิตวิเคราะห์	73
7. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	84
8. ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์	92
9. เวกเตอร์	100
10. จำนวนเชิงซ้อน	108
11. กำหนดการเชิงเส้น	112
12. ลำดับและอนุกรม	114
13. แคลคูลัส	119
14. การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่	126
15. ความน่าจะเป็น	131
16. การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	133
17. การแจกแจงปกติ	147
PART 3 ตะลุยโจทย์ข้อสอบ PAT 1	150
ตะลุยโจทย์ข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 1	151
ตะลุยโจทย์ข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 2	162
PART 4 เฉลยตะลุยโจทย์ข้อสอบ PAT 1	173
เฉลย ตะลุยโจทย์ข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 1	174
เฉลย ตะลุยโจทย์ข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 2	198

PART 1

**เทคนิค
พิชิตข้อสอบ**

เตรียมสอบ PAT1 ฉบับสมบูรณ์

สำหรับน้องๆ ที่กำลังเตรียมตัวเพื่อสอบเข้ามหาวิทยาลัยในครั้งต่อไป ก่อนที่จะกล่าวถึงเทคนิคต่างๆ ในภาพรวมนั้นพี่ได้ทำการสรุปสถิติคะแนนของการสอบครั้งล่าสุดเพื่อเป็นแนวทางในการเตรียมตัวให้พร้อมรับมือกับการสอบที่กำลังใกล้เข้ามา

ค่าสถิติ	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด
ครั้งที่ 1/2558 สอบเดือนพฤศจิกายน 2557	300	55.34	19.10	0	292
ครั้งที่ 2/2558 สอบเดือนมีนาคม 2558	300	51.56	18.85	0	294
ครั้งที่ 1/2560 สอบเดือนตุลาคม 2559	300	42.82 (ลดลง)	25.34	0	300 (แต่คะแนน สูงสุดคัน เต็ม!)

การสอบ PAT1 ในปีหลังๆ จำนวนข้อและรูปแบบข้อสอบเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ปีนี้เลยไม่รู้ว่าจะเป็นอย่างไร

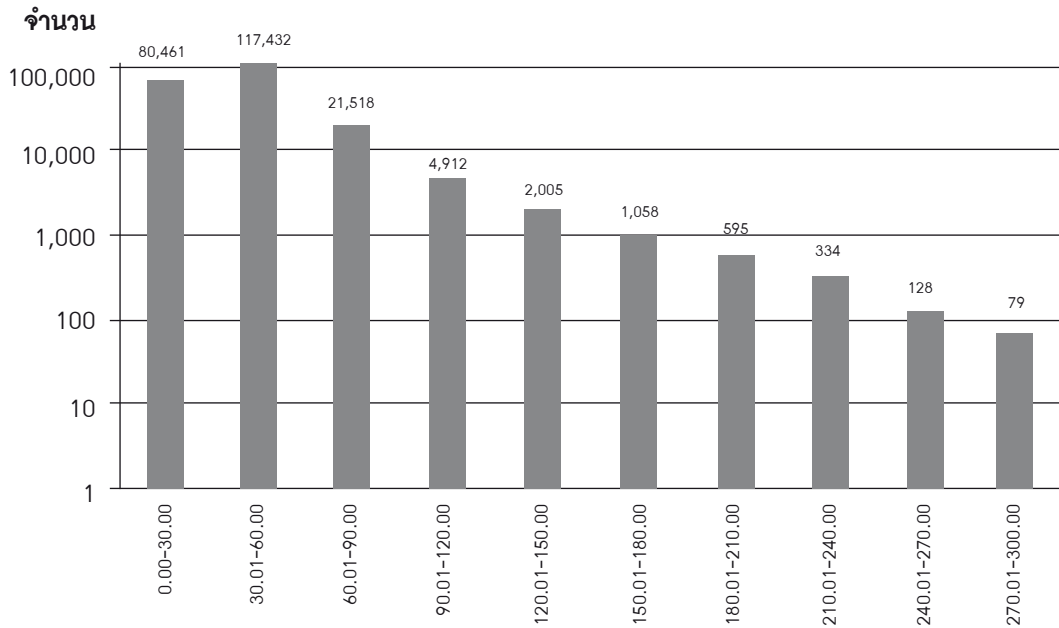
พี่ขอยกตัวอย่างรูปแบบข้อสอบที่ผ่านมาให้คุณก่อนละ

รูปแบบข้อสอบ PAT 1 ครั้งที่ 1/2560 และ 2/2560 จำนวน 45 ข้อ คะแนนเต็ม 300 คะแนน ใช้เวลา 3 ชั่วโมง

- ปรนัย 5 ตัวเลือก 1 คำตอบ จำนวน 30 ข้อ 180 คะแนน
- แบบบรรยายคำตอบที่มีค่า/ตัวเลข จำนวน 15 ข้อ 120 คะแนน

โบราณกล่าวไว้ว่า รู้เขารู้เรา รบร้อยครั้งชนะร้อยครั้ง พี่ก็อยากให้น้องๆ เตรียมตัวสอบอย่างมีสติ และไม่ลนลานจนเกินไป ลองมาดูกราฟด้านล่างที่บอกคะแนนตามจำนวนนักเรียนที่ทำได้กันค่ะ

สถิติ PAT1 ปี 60



ในส่วนนี้พี่จะขอสรุปเทคนิคต่างๆ เพื่อให้เห็นภาพกว้างๆ สำหรับน้องๆ ที่มีความตั้งใจและเพื่อให้้องๆ มีความเข้าใจและเห็นเทคนิคสำคัญๆ ในการทำโจทย์ได้มากขึ้น

ข้อสอบ PAT 1 ประกอบด้วยโจทย์เกี่ยวกับเนื้อหาในทุกๆ บทตั้งแต่ ม.4 จนถึง ม.6 ซึ่งเรื่องที่เป็นพื้นฐานและมีความสำคัญ ที่ช่วยให้น้องๆ สามารถเข้าใจ และทำโจทย์ในบทอื่นๆ ได้ คือเรื่องจำนวนจริงและเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ดังนั้น ส่วนนี้พี่จะยกตัวอย่างโจทย์พร้อมเฉลยละเอียดให้น้องๆ ได้ลองฝึกฝีมือกัน



โจทย์ข้อที่ 1

กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 4\}$ เมื่อ $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง ข้อใดถูกต้อง

- 1) $A' = \{x \in \mathbb{R} \mid |3 - x| > 4\}$
- 2) $A' \subset (-1, \infty)$
- 3) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7\}$
- 4) $A \subset \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 3| < 7\}$

คำตอบ ข้อ 1) $A' = \{x \in \mathbb{R} \mid |3 - x| > 4\}$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

สำหรับข้อนี้ก่อนรูทอยู่คนละด้านกับค่าคงที่ที่อยู่แล้ว ไม่ต้องจัดรูป $\sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 4$

ยกกำลังสอง ทั้งสองข้าง เพื่อให้รูทหลุด

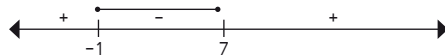
$$x^2 - 6x + 9 \leq 4^2$$

$$x^2 - 6x - 7 \leq 0$$

$$(x - 7)(x + 1) \leq 0$$

$$x = 7, -1$$

หาช่วงคำตอบของอสมการโดยการนำคำตอบมาเป็นตัวแบ่งเส้นจำนวนโดยเริ่มจากขวามือสุดช่วงที่อยู่ทางขวาสุดจะเป็นช่วงบวกเสมอและเป็นช่วงลบสลับกันไป



- สำหรับอสมการที่ x มีค่าน้อยกว่าหรือน้อยกว่าเท่ากับช่วงคำตอบจะใช้ช่วงลบ และอสมการที่ x มีค่ามากกว่าหรือมากกว่าเท่ากับช่วงคำตอบจะใช้ช่วงบวก

- สำหรับข้อนี้ ใช้ช่วงลบ ดังนั้น $-1 \leq x \leq 7$

1. พิจารณาข้อ 2 และ 3 ไม่ถูกต้อง เนื่องจากช่วงคำตอบที่โจทย์ให้เป็นช่วงตรงกลาง คือ มีค่ามากที่สุดและน้อยสุด

2. พิจารณา ข้อ 1 ถูกต้อง ใช้วิธีแยกคิด 2 ครั้ง คือ $3 - x > 4$ และ $-(3 - x) > 4$

แก้สมการจะได้ว่า

$$A' = \{-1 > x \text{ และ } x > 7\}$$

ดังนั้น

$$A = \{x \geq -1 \text{ และ } x \leq 7\}$$

คือ

$$A = \{-1 \leq x \leq 7\}$$

โจทย์ข้อที่ 2

กำหนดให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม และ $P(S)$ แทนเพาเวอร์เซตของเซต S ให้ $A = \{x \in I \mid |x^2 - 1| < 8\}$ และ $B = \{x \in I \mid 3x^2 + x - 2 \geq 0\}$ ข้อใดถูกต้อง

- 1) จำนวนสมาชิกของ $P(A - B)$ เท่ากับ 4
- 2) จำนวนสมาชิกของ $P(I - (A \cup B))$ เท่ากับ 2
- 3) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
- 4) $P(A - B) - P(A \cap B) = \{\{0\}\}$

คำตอบ ข้อ 4) $P(A - B) - P(A \cap B) = \{\{0\}\}$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

จากโจทย์ หาจำนวนสมาชิกของเซต A และ B

เซต A : แยกคิด 2 ครั้ง คือ $x^2 - 1 < 8$ และ $-(x^2 - 1) < 8$

$$\begin{array}{l|l} x^2 - 1 < 8 & -x^2 + 1 < 8 \\ (x - 3)(x + 3) < 0 & 0 < x^2 + 7 \\ x = 3, -3 & x \in R \end{array}$$

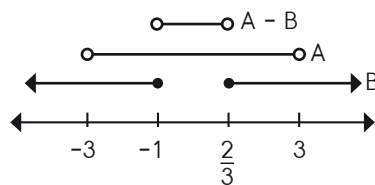
ดังนั้น $A = (-3, 3) \cap R$ คือ $A = 3, -3$

เซต B : หาช่วงคำตอบของอสมการ สำหรับข้อนี้ใช้ช่วงบวก เนื่องจากเป็นอสมการมากกว่าหรือเท่ากับ

$$\begin{array}{l} 3x^2 + x - 2 \geq 0 \\ (3x - 2)(x + 1) \geq 0 \\ x = \frac{2}{3}, -1 \end{array}$$


ดังนั้น $B = (-\infty, -1] \cup [\frac{2}{3}, \infty)$

พิจารณา ข้อ 1 ไม่ถูกต้อง หา $n(A - B)$ ได้จากเส้นจำนวน



ดังนั้น $n(A - B) = 1$ มีสมาชิก คือ $\{0\}$ จะได้ $nP(A - B) = 2^1 = 2$

พิจารณา ข้อ 2 ไม่ถูกต้อง หา

$$n(I - (A \cup B))$$

เมื่อพิจารณาจากเส้นจำนวน พบว่า

$$A \cup B = I$$

ดังนั้น

$$n(I - (A \cup B)) = 0 \text{ และ } nP(I - (A \cup B)) = 2^0 = 1$$

พิจารณา ข้อ 3 ไม่ถูกต้อง เมื่อ

$$n(A) = 5; \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

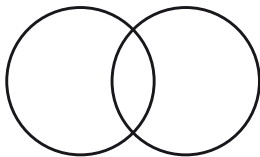
ดังนั้น

$$nP(A) = 2^5 = 32 \text{ และ } n(A \cap B) = 4; \{-2, -1, 1, 2\}$$

ดังนั้น

$$nP(A \cap B) = 2^4 = 16 \text{ จะได้ว่า } P(A) - P(A \cap B) = 16$$

พิจารณาข้อ 4 ถูกต้อง เมื่อ $A - B = \{0\}$



ดังนั้น $P(A - B) - P(A \cap B) = \{\{0\}\}$

โจทย์ข้อที่ 3

กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\frac{(2x+1)(x-1)}{(2-x)} \geq 0$ และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ

$2x^2 - 7x + 3 < 0$ ถ้า $A \cap B = [c, d]$ แล้ว $6c - d$ เท่ากับข้อใด

1) 4

2) 5

3) 6

4) 7

คำตอบ ข้อ 1) 4

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

จากโจทย์ เซต A เป็นสมการที่มีเศษส่วนพหุนาม

ดังนั้น ก่อนส่วนของพหุนาม ต้องไม่เท่ากับ 0 คือ $2 - x \neq 0$ ดังนั้น $x \neq 2$

หลังจากนั้นเพื่อกำจัดตัวส่วนจึงเอาก่อนส่วนกำลังสอง

มาคูณเข้าทั้ง 2 ข้างของสมการ

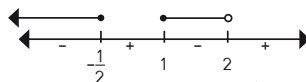
$$(2x+1)(x-1)(2-x) \geq 0$$

เนื่องจากมีค่าตัวแปรติดลบ จึงเอา (-1) คูณเข้าทั้งสมการ $(2x+1)(x-1)(x-2) \leq 0$

จะได้

$$x = -\frac{1}{2}, 1, 2$$

นำมาเขียนบนเส้นจำนวน เลือกเฉพาะช่วงลบ และ $x \neq 2$



จะได้

$$x = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, 2)$$

เซต B หาค่า x โดยการแยก 2 วงเล็บ ได้

$$(2x-1)(x-3) < 0$$

จะได้

$$x = \frac{1}{2}, 3$$

นำมาเขียนบนเส้นจำนวน เลือกเฉพาะช่วงลบ จะได้

$$x = \left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

หาค่า $A \cap B = [1, 2)$ ดังนั้น $c = 1$ และ $d = 2$ และ $6c - d = 4$

โจทย์ข้อที่ 4

กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + x^2 - 27x - 27 = 0$ และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = 0$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใด

- 1) $[-3\sqrt{5}, -0.9]$
- 2) $[-1.1, 0]$
- 3) $[0, 3\sqrt{5}]$
- 4) $[1, 5\sqrt{3}]$

คำตอบ ข้อ 1) $[-3\sqrt{5}, -0.9]$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

หาคำตอบของ A และ B โดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ โดยการแทนค่าเมื่อ $P(c) = 0$ แสดงว่า c คือตัวประกอบของ $P(x)$

จากเซต A; $P(-1) = -1 + 1 - 27 + 27 = 0$
 ดังนั้น $x^3 + x^2 - 27x - 27 = (x + 1)(x^2 - 27)$
 $= (x + 1)(x + \sqrt{27})(x - \sqrt{27})$
 จะได้ $A = \{-1, -3\sqrt{3}, 3\sqrt{3}\}$

จากเซต B; $P(-1) = -1 + 1 - \sqrt{3} + 36 + \sqrt{3} - 36 = 0$
 ดังนั้น $x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = (x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x - 36)$
 $= (x + 1)(x - 4\sqrt{3})(x + 3\sqrt{3})$
 จะได้ $B = \{-1, 4\sqrt{3}, -3\sqrt{3}\}$
 ดังนั้น $A \cap B = \{-1, -3\sqrt{3}\}$

พิจารณา ข้อ 1) $[-3\sqrt{5}, -0.9]$

เนื่องจาก $\sqrt{5} > \sqrt{4}(=2)$

ทำให้ $-3\sqrt{5} < -6$

ซึ่งคือ $[-6.7, -0.9]$ และ $A \cap B = \{-1, -3\sqrt{3}\}$ และ $\sqrt{3} < \sqrt{4}$

ทำให้ $-3\sqrt{3} < -6$ ซึ่งคือ -5.2 ดังนั้น $A \cap B = \{-1, -5.2\}$

โจทย์ข้อที่ 5

ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1-x-2}{x+|x|-3} > 1\right\}$ แล้ว $A \cap [0, 1)$ เท่ากับข้อใด

1) $\left\{x \mid \frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}\right\}$

2) $\left\{x \mid \frac{1}{3} < x < 1\right\}$

3) $\left\{x \mid \frac{2}{3} < x < 1\right\}$

4) $\left\{x \mid \frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}\right\}$

คำตอบ ข้อ 3) $\left\{x \mid \frac{2}{3} < x < 1\right\}$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

พิจารณาสิ่งที่โจทย์ถาม คือ $A \cap [0, 1)$ จึงพิจารณาคำตอบของเซต A ในช่วง $[0, 1)$ ดังนั้น $1-x \geq 0$ และ $|x| \geq 0$ เสมอ

สมการที่ได้คือ

$$\frac{1-x-2}{x+|x|-3} > 1$$

$$\frac{-x-1}{2x-3} - 1 > 0$$

$$\frac{-(x+1)-(2x-3)}{2x-3} > 0$$

$$\frac{-3x+2}{2x-3} > 0$$

$$(3x-2)(2x-3) < 0$$

$$x = \left(\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right)$$

ดังนั้น

$$A \cap [0, 1) = \left(\frac{2}{3}, 1\right)$$

โจทย์ข้อที่ 6

กำหนดให้ $S = \{x \mid x \in I \text{ และ } x^3 - x = 0\}$ เซตในข้อใดเท่ากับ S

- 1) $\{x \mid x \in R \text{ และ } x^2 - x^4 = 0\}$
- 2) $\{x \mid x \in R \text{ และ } x^3 + x = -2x\}$
- 3) $\{x \mid x \in I \text{ และ } x^2 - 1 = 0\}$
- 4) $\{x \mid x \in I \text{ และ } x^3 + x = -2x\}$

คำตอบ ข้อ 1) $\{x \mid x \in R \text{ และ } x^2 - x^4 = 0\}$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

หาเซตคำตอบของ S ได้

$$x(x^2 - 1) = 0$$

ดังนั้น

$$x = 0, -1, 1$$

พิจารณา ข้อ 1) ถูกต้อง เมื่อ

$$x^2(1 - x^2) = 0$$

ดังนั้น

$$x = 0, -1, 1$$

โจทย์ข้อที่ 7

กำหนดให้ $S = \{x \mid |x|^3 = 1\}$ เซตในข้อใดเท่ากับเซต S

- 1) $\{x \mid x^3 = 1\}$
- 2) $\{x \mid x^2 = 1\}$
- 3) $\{x \mid x^3 = -1\}$
- 4) $\{x \mid x^4 = x\}$

คำตอบ ข้อ 2) $\{x \mid x^2 = 1\}$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

หาเซตคำตอบของ S ได้

$$|x| = 1$$

ดังนั้น

$$x = -1, 1$$

พิจารณา ข้อ 1) ไม่ถูกต้อง เมื่อ x ยกกำลัง 3 คำตอบจะได้เครื่องหมายเหมือนเดิม ดังนั้น $x = 1$ เท่านั้น

พิจารณา ข้อ 2) ถูกต้อง เมื่อ x ยกกำลัง 2 คำตอบที่ได้จะได้เครื่องหมายทั้งบวก และลบ ดังนั้น $x = -1, 1$

โจทย์ข้อที่ 8

กำหนดให้ $S = \left\{ x \mid \frac{x}{x^2 - 3x + 2} \geq \frac{x+2}{x^2 - 1} \right\}$ ช่วงในข้อใดเป็นสับเซตของ S

- 1) $(-\infty, -3)$
- 2) $(-1, 0.5)$
- 3) $(-0.5, 2)$
- 4) $(1, \infty)$

คำตอบ ข้อ 2) $(-1, 0.5)$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

การแก้สมการ ห้าม ใช้วิธีการตัดตัวแปร ให้ใช้วิธีย้ายข้างให้ฝั่งใดฝั่งหนึ่งเป็น 0

$$\frac{x}{x^2 - 3x + 2} - \frac{x+2}{x^2 - 1} \geq 0$$

$$\frac{x}{(x-2)(x-1)} - \frac{x+2}{(x+1)(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{x(x+1) - (x+2)(x-2)}{(x-2)(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{(x+4)}{(x-2)(x-1)(x+1)} \geq 0$$

ดังนั้น $x = -4, -1, 1, 2$ และ $x \neq -1, 1, 2$ จะได้ $S = \{(-\infty, -4] \cup (-1, 1) \cup (2, \infty)\}$

พิจารณา ข้อ 1) ไม่ถูกต้อง เนื่องจากเซต S มีค่าน้อยกว่า -3

พิจารณา ข้อ 2) ถูกต้อง เนื่องจาก $(-1, 0.5)$ อยู่ในช่วง $(-1, 1)$

โจทย์ข้อที่ 9

กำหนดให้ $A = \left\{ x \mid \frac{(x-2)(x+3)}{(x+4)(2x-1)} \leq 0 \right\}$ และ $B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x < 0\}$ ถ้า a เป็นสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ A และ b เป็นสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ B แล้ว $|ab|$ เท่ากับข้อใด

1) 6 2) 8 3) 10 4) 12

คำตอบ ข้อ 1) 6

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

จากเซต A จะได้	$\frac{+ \mid - \mid + \mid - \mid +}{(-4) \mid (-3) \mid \left(\frac{1}{2}\right) \mid (2)}$
ดังนั้น	$A = \{(-4, -3] \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right]\}$
จะได้	$a = 2$
จากเซต B จะได้	$B = (-4, -3]$
จะได้	$b = -3$
	$ ab = 2(-3) = 6$

โจทย์ข้อที่ 10

กำหนดให้ $A = \{x \mid |x-1| \leq 3-x\}$ และ a เป็นสมาชิกค่ามากที่สุดของ A ค่าของ a อยู่ในช่วงใด

1) $(0, 0.5]$ 2) $(0.5, 1]$ 3) $(1, 1.5]$ 4) $(1.5, 2]$

คำตอบ ข้อ 4) $(1.5, 2]$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

$ x-1 \leq 3-x$	
$x-1 \leq 3-x$	$-(x-1) \leq 3-x$
$2x \leq 4$	$-x+1 \leq 3-x$
$x \leq 2$	$0 \leq 2$
$0 \leq 2$ หมายถึง x เป็นจำนวนจริง ดังนั้น $a = 2$	

โจทย์ข้อที่ 11

กำหนดให้ $A = \{x | (x^2 - 1)(x^2 - 3) \leq 15\}$ ถ้า a เป็นสมาชิกค่าน้อยสุดในเซต A และ b เป็นสมาชิกค่ามากที่สุด
ในเซต A แล้ว $(b - a)^2$ เท่ากับข้อใด

- 1) 24
- 2) 16
- 3) 8
- 4) 4

คำตอบ ข้อ 1) 24

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

การหาค่า x โดยการแยกตัวประกอบจะแยกได้เมื่อข้างใดข้างหนึ่งของสมการหรืออสมการเป็น 0

$$\begin{array}{l|l} (x^2 - 1)(x^2 - 3) - 15 \leq 0 & x^4 - 4x^2 - 12 \leq 0 \\ x^4 - 4x^2 + 3 - 15 \leq 0 & (x^2 - 6)(x^2 + 2) \leq 0 \end{array}$$

หมายเหตุ: ตัด $(x^2 + 2)$ ทิ้ง เนื่องจากเมื่อย้ายข้างเพื่อหาค่า x จะได้ว่า $x^2 = -2$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

ดังนั้น $x = [-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$

$a = -\sqrt{6}$ และ $b = \sqrt{6}$

ดังนั้น $(b - a)^2 = (\sqrt{6} - (-\sqrt{6}))^2 = 24$

โจทย์ข้อที่ 12

กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $\frac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$ ถ้า a เป็นจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดในเซต

$S \cap (2, \infty)$ และ b เป็นจำนวนที่มีค่ามากที่สุด ซึ่ง $b \notin S$ แล้ว $a^2 - b^2$ เท่ากับข้อใด

- 1) -9
- 2) -5
- 3) 5
- 4) 9

คำตอบ ข้อ 3) 5

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

แยกตัวประกอบของเซต S ได้

$$\frac{(x^2 - 9)(x^2 - 4)}{(x + 3)(x + 2)} \geq 0$$

$$\frac{(x - 3)\cancel{(x + 3)}(x - 2)\cancel{(x + 2)}}{\cancel{(x + 3)}\cancel{(x + 2)}} \geq 0$$

จะได้ $x = 2, 3$ และ $x \neq -2, -3$

เขียนเป็นเส้นจำนวนได้

$$\begin{array}{ccccccc} + & | & - & | & + & | & - & | & + \\ & & (-3) & & (-2) & & (2) & & (3) \end{array}$$

จะได้

$$S = \{(-\infty, -3) \cup (-2, 2] \cup [3, \infty)\}$$

$$a = 3 \text{ และ } b = -2$$

$$\text{ดังนั้น } a^2 - b^2 = 5$$

โจทย์ข้อที่ 13

ถ้าช่วง (a, b) เป็นเซตคำตอบของอสมการ $2|x + 3| > 3|x - 2|$ แล้ว $b - a$ เท่ากับข้อใด

- 1) 11
- 2) 12
- 3) 13
- 4) 14

คำตอบ ข้อ 2) 12

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

การแก้สมการหรืออสมการที่ติดค่าสัมบูรณ์ทั้ง 2 ข้าง แก้โดยการยกกำลังสอง

$$4(x + 3)^2 > 9(x - 2)^2$$

$$4(x^2 + 6x + 9) > 9(x^2 - 4x + 4)$$

$$0 > 5x^2 - 60x$$

$$5x(x - 12) < 0$$

จะได้

$$x = (0, 12)$$

ดังนั้น $b - a = 12$

โจทย์ข้อที่ 14

ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง $A = \left\{ x \notin \mathbb{R} \mid \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3x+7} < \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+11} \right\}$ และ $B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2-6x+5}{x+1} \geq 0 \right\}$

$B \cap A'$ เป็นสับเซตในข้อใด

- 1) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 0\}$
- 2) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$
- 3) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$
- 4) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 3\}$

คำตอบ ข้อ 2) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$

วิธีทำพร้อมคำอธิบาย

จากเซต A การคิดเลขยกกำลัง ต้องทำฐานให้เท่ากัน

จะได้
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3x+7} < \left(\frac{1}{2}\right)^{2(2x+11)}$$

เมื่อฐานเท่ากัน ตัดฐานทิ้งเอาส่วนเลขยกกำลังมาคิดได้เลย

$$2x^2 + 3x + 7 < 2(2x + 11)$$

$$2x^2 - x - 15 < 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) < 0 \text{ จะได้ } A = \left\{ x \mid x = \left(-\frac{5}{2}, 3\right) \right\}$$

ดังนั้น

$$A' = \left\{ x \mid x = \left(-\infty, -\frac{5}{2}\right] \cup [3, \infty) \right\}$$

จากเซต B แยกตัวประกอบได้

$$\frac{(x-5)(x-1)}{(x+1)} \geq 0$$

จะได้

$$B = \{x \mid x = (-1, 1] \cup [5, \infty)\}$$

$$B \cap A' = [5, \infty)$$