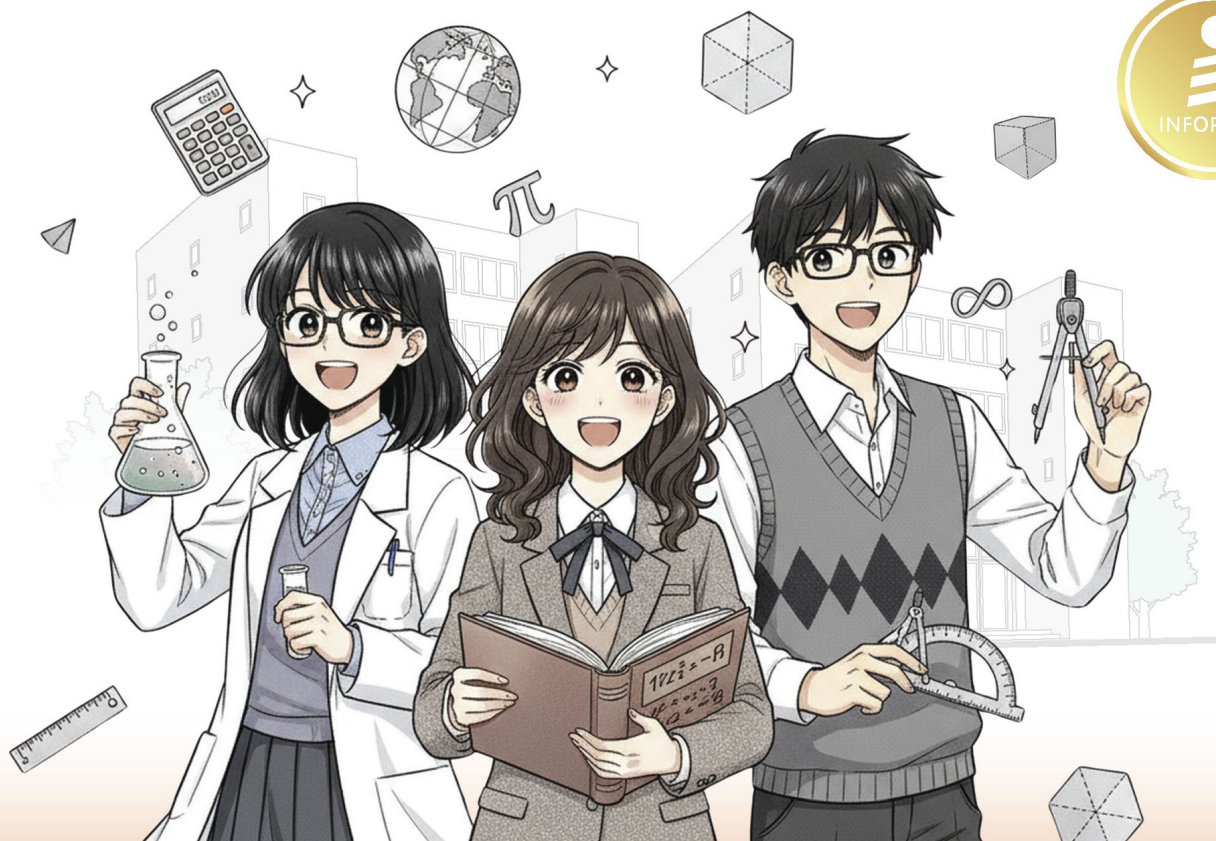




พีซีตสอบเข้า **ม.4**

โครงการ วมว.



วิชา **คณิตศาสตร์** แบบเข้มข้น



มั่นใจเต็ม **100**

พร้อมสำหรับสนามสอบเข้า ม.4
ในกลุ่มโครงการ วมว. รอบที่ 1
(และกลุ่มโรงเรียนที่ใช้ชุดข้อสอบเข้าเดียวกัน)

- ✓ รวมแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.4 สำหรับกลุ่มโรงเรียนในโครงการ วมว. (รอบที่ 1) จากแนวข้อสอบที่เคยออก
- ✓ เข้มข้นกับแนวข้อสอบทั้ง Part Seen และ Unseen พร้อมเฉลยละเอียดในทุกจุด
- ✓ ใช้ได้กับการสอบเข้า ม.4 สำหรับโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ และกลุ่มโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณฯ

สารบัญ

PART

1

ข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการสอบ 1

- ▶ ข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการสอบเข้าโครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน
โดยการกำกับดูแลของมหาวิทยาลัย (วมว.) 2
- โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน โดยการกำกับดูแลของมหาวิทยาลัย
(วมว.)..... 2
- ลักษณะของข้อสอบ 3
- ▶ การเตรียมตัวก่อนสอบ 4
- ▶ เทคนิคการทำข้อสอบ..... 5

PART

2

แนวข้อสอบ 7

- ▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 1) 8
- Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก 8
- Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ..... 11
- Part 3 : บทความ 13
- ▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 2) 15
- Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก 15
- Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ..... 18
- Part 3 : บทความ 20
- ▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 3) 23
- Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก 23
- Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ..... 26
- Part 3 : บทความ 28

▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 4)	31
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	31
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	34
Part 3 : บทความ.....	37
▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 5)	38
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	38
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	40
Part 3 : บทความ.....	43
▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 6)	46
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	46
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	49
Part 3 : บทความ.....	51
▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 7)	54
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	54
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	56
Part 3 : บทความ.....	59
▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 8)	63
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	63
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	67
Part 3 : บทความ.....	70
▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 9)	72
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	72
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	74
Part 3 : บทความ.....	77
▶ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 10)	79
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	79
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	82
Part 3 : บทความ.....	85

PART
3

เฉลยแนวข้อสอบ

91

▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 1)	92
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	92
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	104
Part 3 : บทความ.....	115
▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 2)	117
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	117
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	129
Part 3 : บทความ.....	141
▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 3)	145
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	145
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	159
Part 3 : บทความ.....	173
▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 4)	177
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	177
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	192
Part 3 : บทความ.....	210
▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 5)	212
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	212
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	226
Part 3 : บทความ.....	240
▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 6)	244
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	244
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	259
Part 3 : บทความ.....	274
▶ เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 7)	278
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	278
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	292
Part 3 : บทความ.....	308

► เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 8)	313
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	313
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	332
Part 3 : บทความ.....	347
► เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 9)	350
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	350
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	364
Part 3 : บทความ.....	379
► เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 10).....	383
Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก	383
Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ.....	401
Part 3 : บทความ.....	419



ข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการสอบเข้าโครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ ในโรงเรียน โดยการกำกับดูแลของมหาวิทยาลัย (วมว.)

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน โดยการกำกับดูแลของมหาวิทยาลัย (วมว.)

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน โดยการกำกับดูแลของมหาวิทยาลัย (วมว.) เป็นโครงการที่ดำเนินงานโดยกระทรวงการอุดมศึกษา วิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (อว.) เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และเน้นไปที่การพัฒนานวัตกรรมเพื่อสังคม ทำให้รูปแบบของการเรียนการสอนจะถูกพัฒนาไปพร้อม ๆ กับการกำกับดูแลโดยมหาวิทยาลัยเครือข่ายในลักษณะการเรียนรู้ผ่านรูปแบบกระบวนการแก้ปัญหา (Problem-Based) และการใช้แนวคิดอย่าง STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) ในรูปแบบการเรียนรู้ที่บูรณาการรวมทุกศาสตร์เข้าไว้ด้วยกันในลักษณะองค์รวม ซึ่งถือเป็นอีกหนึ่งจุดเด่นในการพัฒนานักคิดเพื่อสร้าง “นักนวัตกรรม” (Innovator) ที่มีศักยภาพในระดับประเทศได้อย่างมีประสิทธิภาพในอนาคต โดยในปัจจุบันมีรายชื่อโรงเรียนและมหาวิทยาลัยที่กำกับหลักสูตรควบคู่กัน 19 ศูนย์โครงการ ดังนี้

	โรงเรียนในโครงการ วมว.	มหาวิทยาลัยในกำกับดูแล
1.	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2.	โรงเรียนราชสีมาวิทยาลัย	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
3.	โรงเรียนสุรวิวัฒน์	
4.	โรงเรียนตรุณสิกขาลัย	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
5.	โรงเรียน มอ.วิทยานุสรณ์	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ (หาดใหญ่)
6.	โรงเรียน มอ.วิทยานุสรณ์ สุราษฎร์ธานี	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ (สุราษฎร์ธานี)
7.	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ (ปัตตานี)
8.	โรงเรียนสาธิตอิสลามศึกษา	
9.	โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ (กำแพงแสน)
10.	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ฝ่ายมัธยมศึกษา (ศึกษาศาสตร์)	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
11.	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ฝ่ายมัธยมศึกษา (มอดินแดง)	

	โรงเรียนในโครงการ วมว.	มหาวิทยาลัยในกำกับดูแล
12.	โรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ	มหาวิทยาลัยบูรพา
13.	โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยนเรศวร	มหาวิทยาลัยนเรศวร
14.	โรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม	มหาวิทยาลัยทักษิณ
15.	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยมหาสารคาม (ฝ่ายมัธยม)	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
16.	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยพะเยา	มหาวิทยาลัยพะเยา
17.	โรงเรียนลือคำหาญวารินชำราบ	มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
18.	โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย รังสิต	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
19.	โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย	มหาวิทยาลัยศิลปากร

ลักษณะของข้อสอบ

การสอบโครงการ วมว. แบ่งออกเป็น 2 รอบ ได้แก่

1. การสอบคัดเลือกในรอบแรก

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ในรอบแรก ทั้งโครงการ วมว. (โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน โดยการกำกับดูแลของมหาวิทยาลัย), กลุ่มโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย (PCSHS), และโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ (MWIT) จะใช้ข้อสอบชุดเดียวกัน โดยมีจุดประสงค์เพื่อวัด **ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)** ซึ่งไม่ได้หมายถึงเพียงการคิดเลขหรือแก้สมการเท่านั้น แต่เน้นประเมินความสามารถในการ **นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง** เช่น การวางแผนส่วนตัว การแก้ปัญหาทางสังคมหรือเศรษฐกิจ การตีความข้อมูลจากข่าวสาร หรือการตัดสินใจด้วยเหตุผลเชิงปริมาณ

ลักษณะของข้อสอบจะออกแบบมาเพื่อให้เห็นกระบวนการคิด การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถานการณ์จากโลกจริงเป็นพื้นฐาน โจทย์อาจมาในรูปแบบบทความ กราฟ ตาราง หรือสถานการณ์สมมติที่ต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ และนำเสนอวิธีแก้ปัญหาในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งอาจมีโจทย์ในรูปแบบของสมการที่มีความซับซ้อนในการวิเคราะห์มากกว่าปกติ ซึ่งต้องการเชื่อมโยงความรู้จากหลายบทเข้าด้วยกัน

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้าโครงการ วมว. (ชุดที่ 4)

Part 1 : แนวข้อสอบ 4 ตัวเลือก

คำสั่ง : ตั้งแต่ข้อ 1-15 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ให้ a และ b เป็นเศษจากการหาร $111\dots11$ (2,025 ตัว) ด้วย 7 และ 13 ตามลำดับ แล้วจงหาค่าของ $2a + 3b$

① 11 ② 22 ③ 33 ④ 44

2. ให้ a, b, c เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ทำให้ $N = 5^a \cdot 8^b \cdot 15^c$ ลงท้ายด้วย 0 อยู่ 10 ตัวพอดี ถ้า N เป็นจำนวนเต็มบวก น้อยที่สุดที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าว แล้วจงหาค่าของ $a + 2b + 3c$

① 16 ② 20 ③ 22 ④ 24

3. สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b ใด ๆ กำหนดให้

(1) $1 \Delta 1 = 2$

(2) $a \Delta b = b \Delta a$

(3) $a \Delta (b + 1) = a \Delta b + b$

จงหาค่าของ $5 \Delta 6$

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27

4. ให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวกที่ $0.49 < \frac{a}{b} < 0.51$ เมื่อ $\frac{a}{b}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ และ $152 \leq a + b \leq 156$

แล้วมีเศษส่วนอย่างต่ำ $\frac{a}{b}$ ที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวกี่จำนวน

① 1 ② 5 ③ 6 ④ 9

5. ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริงซึ่ง 25% ของ x เท่ากับ 40% ของ y เท่ากับ 50% ของ z แล้วจงหาว่า y เป็นกี่ % ของ $2x + z$

① 20 ② 25 ③ 40 ④ 50

6. มีจำนวนเต็ม k ทั้งหมดกี่จำนวนที่ทำให้ $2,025(0.6)^k$ เป็นจำนวนเต็ม

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7

Part 3 : ทศวรรษ

คำสั่ง : ตั้งแต่ข้อ 31-33 จงใช้ข้อมูลจากบทความเพื่อหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

การวัดความละเอียดภาพ (Pixel, DPI, Megapixel)

หัวข้อ 1 เข้าใจความละเอียดของภาพดิจิทัล

เมื่อเราถ่ายภาพด้วยกล้องหรือมือถือ ระบบจะเก็บข้อมูลเป็นไฟล์ภาพดิจิทัลซึ่งประกอบด้วย “พิกเซล” (Pixel) ซึ่งคือจุดเล็กที่สุดของภาพ ตัวอย่างเช่น ภาพถ่ายหนึ่งมีขนาด $4,000 \times 3,000$ พิกเซล หมายความว่า มี 4,000 จุดในแนวนอน และ 3,000 จุดในแนวตั้ง ดังนั้นจำนวนพิกเซลทั้งหมดคือ

$$\begin{aligned} 4,000 \times 3,000 &= 12,000,000 \text{ พิกเซล} \\ &= 12 \times 10^6 \text{ พิกเซล} \\ &= 12 \text{ เมกะพิกเซล (MP)} \end{aligned}$$

หัวข้อ 2 DPI (Dots Per Inch)

เมื่อเราต้องการพิมพ์ภาพดิจิทัลลงบนกระดาษ ขนาดของภาพจะขึ้นอยู่กับความละเอียดในการพิมพ์ที่เรียกว่า DPI (Dots Per Inch) เช่น ถ้าพิมพ์ที่ 300 DPI หมายความว่า 1 นิ้วจะมี 300 จุด $\rightarrow 1 \text{ นิ้ว} = 300 \text{ พิกเซล}$ ดังนั้นถ้าภาพมีขนาด $4,000 \times 3,000$ พิกเซล และต้องการพิมพ์ให้ครบทุกพิกเซล จะพิมพ์ได้ขนาดเล็กที่สุด (โดยประมาณ)

- ความกว้าง : $\frac{4,000}{300} \approx 13.33 \text{ นิ้ว}$
- ความสูง : $\frac{3,000}{300} = 10 \text{ นิ้ว}$

หัวข้อ 3 ขนาดไฟล์ภาพเกี่ยวข้องกับอะไร

ไฟล์ภาพสี RGB จะเก็บสี 3 ช่องต่อ 1 พิกเซล : Red, Green, Blue แต่ละช่องใช้ 1 Byte (8 bits) ดังนั้น 1 พิกเซลใช้ 3 Bytes ถ้าภาพมี 12 ล้านพิกเซล $\rightarrow$ ใช้ 36 ล้าน Bytes (Megabytes) หรือ 36 MB (ถ้าไม่บีบอัด)

หากไฟล์ภาพจริงมีขนาด 3.6 MB แสดงว่าไฟล์ถูกบีบอัด (Compressed) มาแล้ว 10 เท่า

31. ภาพขนาด $6,000 \times 8,000$ พิกเซล มีความละเอียดกี่เมกะพิกเซล

ตอบ

32. หากนำภาพขนาด $9,000 \times 12,000$ พิกเซลไปพิมพ์โปสเตอร์ขนาด 18×24 นิ้ว จะได้ความละเอียดจริงในการพิมพ์กี่ DPI

ตอบ

33. จากข้อ 32. หากบันทึกภาพลงในคอมพิวเตอร์ พร้อมกับการบีบอัดภาพ พบว่าขนาดของภาพเท่ากับ 5.4 MB จงหาว่าภาพนี้ถูกบีบอัดมาแล้วกี่เท่า

ตอบ

Part 2 : แนวข้อสอบแบบเติมคำตอบ

คำสั่ง : ตั้งแต่ข้อ 16-30 จงหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้

16. ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกค่าน้อยสุดที่ทำให้ n^3 หารด้วย 405 ลงตัว และ n^4 หารด้วย 224 ลงตัว แล้ว n หารด้วย 11 เหลือเศษเท่าใด

ตอบ

17. กำหนด $A = (22)(26)(30)(34)$ ให้ m คือผลรวมของตัวประกอบที่บวกทั้งหมดของ A และ n คือผลรวมของตัวประกอบคู่บวกทั้งหมดของ A แล้วจงหาค่าของ $\frac{n}{m}$

ตอบ

18. ให้ $A = 0.\dot{2}00\dot{5} - 0.2\dot{0}0\dot{5}$ หากเขียน A ให้อยู่ในรูปทศนิยมไม่รู้จักจบ พบว่าหลังจุดทศนิยมจะประกอบด้วยเลขโดดที่มากกว่า 0 เพียง 5 จำนวนเท่านั้น จงหาผลบวกของ 5 จำนวนดังกล่าว

ตอบ

19. ให้ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำที่ $\frac{m}{n} = \frac{2,024}{2,025} - \frac{2,023}{2,024}$ แล้วจงหาค่าของ $\sqrt{mn + 2,025m}$

ตอบ

20. ให้ a, b, c, d เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องสมการ $2^a = 9, 3^b = 5, 5^c = 49, 7^d = 8$ แล้วจงหาค่าของ $abcd$

ตอบ

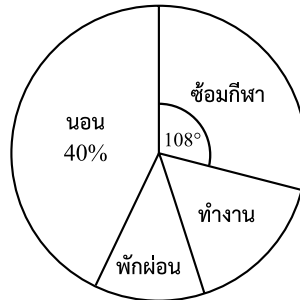
21. ถ้า $\sqrt{37} = r + s$ เมื่อ r เป็นจำนวนเต็ม และ s เป็นจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1 แล้วจงหาค่าของ $s^2 + \frac{2r}{s}$

ตอบ

22. คุณครูจัดกิจกรรมพานักเรียนในห้องซึ่งมีจำนวนนักเรียนอยู่ระหว่าง 40 ถึง 50 คน ไปทัศนศึกษา โดยจะต้องเสียค่าใช้จ่ายเป็นเงินจำนวนคงที่ ไม่ว่านักเรียนจะไปทัศนศึกษากี่คนก็ตาม โดยคุณครูจะออกเงินให้ 20,000 บาท ส่วนที่เหลือจะเก็บจากนักเรียนในห้องที่ไปทัศนศึกษาคนละเท่า ๆ กัน โดยคุณครูพบว่า เมื่อหารออกมาแล้วนักเรียนแต่ละคนจะต้องจ่ายเงินให้คุณครูเป็นจำนวนเต็มบาท หลังจากที่คุณครูแจ้งรายละเอียดให้นักเรียนทั้งห้องว่าค่าใช้จ่ายในการไปทัศนศึกษา ปรากฏว่ามีนักเรียนตัดสินใจไม่ไปทัศนศึกษาอยู่ 4 คน ทำให้คุณครูต้องคำนวณเงินที่แต่ละคนต้องจ่ายใหม่ ปรากฏว่านักเรียนที่ไปก็ต้องจ่ายเงินให้คุณครูเป็นจำนวนเต็มบาทเช่นเดียวกัน โดยคุณครูจะให้นักเรียนแต่ละคนจ่ายเงินจำนวนนี้ในวันที่ไปทัศนศึกษา ในวันไปทัศนศึกษา มีนักเรียนป่วย 2 คน ทำให้มาไม่ได้ ทำให้คุณครูต้องคำนวณค่าใช้จ่ายใหม่ พบว่านักเรียนแต่ละคนจะต้องจ่ายเพิ่มคนละ 30 บาท แล้วจงหาว่าค่าใช้จ่ายในการไปทัศนศึกษาครั้งนี้ทั้งหมดเป็นกี่บาท

ตอบ

25. ในหนึ่งวัน (24 ชั่วโมง) วิวแบ่งเวลาการใช้ชีวิตตั้งแผนภูมิวงกลม โดยนอกเหนือจากนอนและช้อปปิ้ง วิวใช้เวลาที่เหลือในการพักผ่อนและทำงาน โดยใช้เวลาทำงานเป็น 3 เท่าของเวลาที่ใช้พักผ่อน ถ้าเวลาที่วิวใช้พักผ่อนเป็น a ชั่วโมง b นาที แล้วจงหาค่าของ $a + b$



ตอบ 49

วิธีทำ วิวใช้เวลาในการนอนไป $\frac{40}{100}(24) = 9.6$ ชั่วโมง

ใช้เวลาในการช้อปปิ้งไป $\frac{108^\circ}{360^\circ}(24) = 7.2$ ชั่วโมง

รวมแล้วใช้เวลาไป $9.6 + 7.2 = 16.8$ ชั่วโมง

ทำให้เหลือเวลาในการทำงาน และพักผ่อนรวมกันเท่ากับ $24 - 16.8 = 7.2$ ชั่วโมง

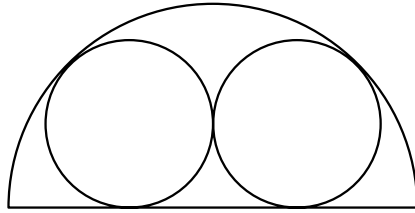
ให้วิวใช้เวลาพักผ่อน x ชั่วโมง จะได้ว่าวิวทำงาน $3x$ ชั่วโมง

จากโจทย์จะได้ว่า $x + 3x = 7.2$ ซึ่งแก้สมการได้ $x = 1.8$ ชั่วโมง

ดังนั้น วิวใช้เวลาพักผ่อน 1 ชั่วโมง กับ 0.8 ชั่วโมงซึ่งคิดเป็น $0.8(60) = 48$ นาที

นั่นคือ $a = 1$, $b = 48$ ดังนั้น $a + b = 49$

11. วงกลม 2 วงรัศมีเท่ากัน สัมผัสกันแบบภายนอก และสัมผัสกับครึ่งวงกลมดังรูป



หากให้ A แทนผลบวกพื้นที่ของวงกลมเล็กทั้ง 2 วง และ B แทนพื้นที่ของครึ่งวงกลม แล้วจงหาค่าของ $\frac{A}{B}$

① $\frac{1}{4}$

② $12 - 8\sqrt{2}$

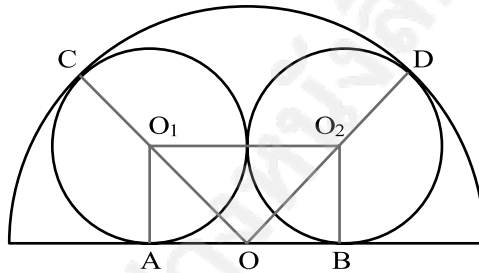
③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\frac{1}{2}$

วิธีทำ ให้ R แทนรัศมีครึ่งวงกลม และ r แทนรัศมีของวงกลมเล็กทั้ง 2 วง

กำหนดจุดศูนย์กลางวงกลมแต่ละวง และจุดสัมผัส และลากเส้นเชื่อมดังรูป

(สำหรับวงกลมที่สัมผัสกัน : จุดสัมผัส และจุดศูนย์กลางวงกลมทั้ง 2 วง จะอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน)



พิจารณาสองเหลี่ยม OO_2B พบว่า $OO_2 = R - r$, $OB = O_2B = r$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$OO_2^2 = OB^2 + O_2B^2$$

$$(R - r)^2 = r^2 + r^2$$

$$(R - r)^2 = 2r^2$$

เนื่องจาก $R - r > 0$ จึงได้ว่า

$$R - r = \sqrt{2}r$$

ดังนั้น

$$R = (\sqrt{2} + 1)r$$

พิจารณา $A = 2\pi r^2$ และ $B = \frac{1}{2}\pi R^2$

สมบัติเบื้องต้น

1. $\phi^n = F_n \phi + F_{n-1} = \frac{1}{2}(L_n + F_n \sqrt{5})$
2. $F_1 + F_2 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$
3. $L_1 + L_2 + \dots + L_n = L_{n+2} - 1$
4. $(F_1)^2 + (F_2)^2 + \dots + (F_n)^2 = F_n F_{n+1}$
5. $(L_1)^2 + (L_2)^2 + \dots + (L_n)^2 = L_n L_{n+1} + 2$
6. $L_n = F_{n-1} + F_{n+1}$

31. ถ้า $\frac{1}{F_1 F_3} + \frac{1}{F_2 F_4} + \frac{1}{F_3 F_5} + \dots + \frac{1}{F_9 F_{11}} = \frac{a}{b}$ เมื่อ $\frac{a}{b}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

ตอบ 9,789

วิธีทำ พิจารณา

$$\frac{1}{F_n F_{n+2}} = \frac{F_{n+1}}{F_n F_{n+1} F_{n+2}} = \frac{F_{n+2} - F_n}{F_n F_{n+1} F_{n+2}} = \frac{1}{F_n F_{n+1}} - \frac{1}{F_{n+1} F_{n+2}}$$

ส่งผลให้

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F_1 F_3} + \frac{1}{F_2 F_4} + \frac{1}{F_3 F_5} + \dots + \frac{1}{F_9 F_{11}} \\ &= \left(\frac{1}{F_1 F_2} - \frac{1}{F_2 F_3} \right) + \left(\frac{1}{F_2 F_3} - \frac{1}{F_3 F_4} \right) + \left(\frac{1}{F_3 F_4} - \frac{1}{F_4 F_5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{F_9 F_{10}} - \frac{1}{F_{10} F_{11}} \right) \\ &= \frac{1}{F_1 F_2} - \frac{1}{F_{10} F_{11}} \end{aligned}$$

พิจารณาลำดับฟีโบนัชชี 11 ตัวแรกจากบทความคือ 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89

นั่นคือ $F_1 = 1, F_2 = 1, F_{10} = 55$ และ $F_{11} = 89$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{1}{F_1 F_3} + \frac{1}{F_2 F_4} + \frac{1}{F_3 F_5} + \dots + \frac{1}{F_9 F_{11}} &= \frac{1}{(1)(1)} + \frac{1}{(55)(89)} \\ &= 1 + \frac{1}{4,895} \\ &= \frac{4,894}{4,895} \end{aligned}$$

ส่งผลให้ $a + b = 4,894 + 4,895 = 9,789$