

öö

ö

3

# สารบัญ

<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1</b>	<b>7</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1	13
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2</b>	<b>41</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2	47
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3</b>	<b>71</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3	78
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4</b>	<b>99</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4	106
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5</b>	<b>127</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5	133
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6</b>	<b>151</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6	157
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7</b>	<b>175</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7	183
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8</b>	<b>204</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8	210
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9</b>	<b>232</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9	240
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10</b>	<b>267</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10	274
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11</b>	<b>298</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11	305
<b>แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12</b>	<b>329</b>
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12	335

แบบฝึกหัดปรนัยจำนวน 24 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก

- จงหาค่าของ  $743 \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{19} + \frac{1}{27} \right)^{-1}$

ก. 2,563                      ข. 2,564                      ค. 2,565                      ง. 2,566
- จงหาค่าของ  $2,021 \left( \frac{1}{3!} - 2,020 \left( \frac{1}{4!} - \dots - 3 \left( \frac{1}{2,021!} - 2 \left( \frac{1}{2,022!} - \frac{1}{2,023!} \right) \right) \right) \right)$

ก.  $\frac{2,020}{4,046}$                       ข.  $\frac{2,021}{4,046}$                       ค.  $\frac{2,023}{4,047}$                       ง.  $\frac{2,025}{4,048}$
- จงเปรียบเทียบระหว่าง  $999!$  กับ  $500^{999}$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $999! > 500^{999}$                       ข.  $999! < 500^{999}$                       ค.  $999! = 500^{999}$                       ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
- จงหาค่าของ  $\left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + 3}{4\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{10} + 5} \right)^2 + 2\sqrt{2} - 1 = 1$

ก. 5                                      ข. 4                                      ค. 3                                      ง. 2
- กำหนดให้จำนวน 3 หลัก มีผลรวมเลขโดดเท่ากับ 13 โดยที่เลขโดดหลักสิบมีค่าเป็น 2 เท่าของเลขโดดในหลักร้อย และถ้าสลับที่เลขโดดที่อยู่ด้านริมสุดจะทำให้มีค่ามากกว่าเดิมอยู่ 495 จงหาจำนวน 3 หลักของเลขโดดเดิม

ก. 247                                      ข. 274                                      ค. 427                                      ง. 472
- กำหนดให้  $y$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $\sqrt{2^y - 615}$  เป็นจำนวนนับ จงหาค่าของ  $y$

ก. 10                                      ข. 11                                      ค. 12                                      ง. 13
- กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $a + b : c - a : b + 2c = 29 : 2 : 47$  และ  $a^3 + b^2 - c = 2,953$  จงหาค่าของ  $a + b + c$

ก. 44                                      ข. 45                                      ค. 46                                      ง. 47
- กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $\sqrt[3]{x} + \sqrt{y} = 31$  และ  $\sqrt[3]{y} + \sqrt{x} = 17$  จงหาค่าของ  $x + y$

ก. 790                                      ข. 791                                      ค. 792                                      ง. 793
- กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้

ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $b$  มีค่าเท่ากับ 15

ห.ร.ม. ของ  $b$  และ  $c$  มีค่าเท่ากับ 3

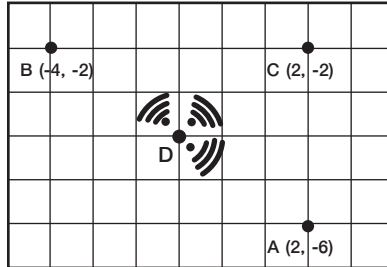
และ ค.ร.น. ของ  $a, b$  และ  $c$  มีค่าเท่ากับ 330

แล้ว ค่าของ ห.ร.ม. ของ  $a, b$  และ  $c$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 2                                      ข. 3                                      ค. 4                                      ง. 5

แบบฝึกหัดปรนัยชนิดบทความจำนวน 3 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก

สัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตในพื้นที่อุทยานแห่งชาติดอยภูนาง มีตำแหน่งพื้นที่เข้าถึงสัญญาณ ได้แก่ ตำแหน่ง A อยู่ที่อำเภอเชียงม่วน มีพิกัดเป็น  $(2, -6)$ , ตำแหน่ง B ที่อำเภอดอกคำใต้ มีพิกัดเป็น  $(-4, -2)$  และตำแหน่ง C ที่อำเภอปง มีพิกัดเป็น  $(2, -2)$  อยู่ในรัศมีเดียวกัน ซึ่งต้นกำเนิดสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่ตำแหน่ง D ตามแผนที่ดังนี้



25. ต้นกำเนิดสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่ตำแหน่ง D ที่พิกัดใด  
 ก.  $(-1, -4)$       ข.  $(-2, -3)$       ค.  $(-3, -4)$       ง.  $(-4, -5)$
26. ระยะทางจากตำแหน่ง A ไปยังต้นกำเนิดสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่ตำแหน่ง D ก็หน่วย  
 ก.  $\sqrt{10}$  หน่วย      ข.  $\sqrt{11}$  หน่วย      ค.  $\sqrt{13}$  หน่วย      ง.  $\sqrt{14}$  หน่วย
27. พื้นที่อุทยานแห่งชาติดอยภูนางจะมีสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตครอบคลุมกี่ตารางหน่วย (ตอบแบบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)  
 ก. 40.79 ตารางหน่วย      ข. 40.80 ตารางหน่วย      ค. 40.81 ตารางหน่วย      ง. 40.82 ตารางหน่วย

แบบฝึกหัดปรนัยจำนวน 23 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก

28.  $2!3!4!\dots 8!$  มีตัวประกอบที่เป็นจำนวนกำลังสี่สมบูรณ์ได้ทั้งหมดกี่จำนวน  
 ก. 36 จำนวน      ข. 37 จำนวน      ค. 38 จำนวน      ง. 39 จำนวน
29. จงหาจำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 ลงตัว แต่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว  
 ก. 134 จำนวน      ข. 135 จำนวน      ค. 136 จำนวน      ง. 137 จำนวน
30. การเดินขึ้นบันไดบ้านจากล่างไปยังชั้นบนของบ้าน ซึ่งบันไดมีทั้งหมด 5 ชั้น แต่ว่าอนันต์ก้าวขึ้นบันไดได้ทีละไม่เกิน 3 ชั้น เนื่องจากมีปัญหาข้อเข่าเสื่อม แล้วอนันต์สามารถขึ้นบันไดได้ทั้งหมดกี่วิธี  
 ก. 7 วิธี      ข. 8 วิธี      ค. 9 วิธี      ง. 10 วิธี
31. การเล่นเกมพนันที่สถานอาบอบนวดแห่งหนึ่งจะมีเสีย A และเสีย B ได้วางกติกาว่าหากผลรวมของลูกเต๋ามีค่าเป็น 8 มีโอกาสคืนเงิน 12,960,000 บาท แต่ถ้าทอยลูกเต๋าคี่ผลรวมของลูกเต๋ามีค่าไม่เท่ากับ 8 มีโอกาสเสียเงิน 51,840,000 บาท ซึ่งนาย C เป็นลูกค้าประจำที่ไปใช้บริการสถานอาบอบนวดแห่งนี้ เมื่อเล่นเกมพนันแล้วปรากฏว่าเสียเงินไปทั้งหมด 50,090,000 บาท นาย C ได้ทอยลูกเต๋าคี่ทั้งหมดกี่ลูก  
 ก. 2 ลูก      ข. 3 ลูก      ค. 4 ลูก      ง. 5 ลูก

42. กำหนดให้  $A = \frac{5}{12 \times 17} + \frac{35}{17 \times 18} - \frac{39}{18 \times 21} + \frac{30}{21 \times 72}$  และ  $B = \frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72}$   
แล้ว จงหาค่าของ  $36A + 45B$   
ก. 40 ข. 41 ค. 42 ง. 43
43. กำหนดให้ความยาวทั้งสามด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากทำให้ความยาวรอบรูปมีค่าไม่เกิน 40 หน่วย  
แล้วจะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เกิดขึ้นได้ทั้งหมดกี่เหตุการณ์  
ก. 5 เหตุการณ์ ข. 6 เหตุการณ์ ค. 7 เหตุการณ์ ง. 8 เหตุการณ์
44. กำหนดให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นสมาชิกใดสมาชิกหนึ่งของ 2,563 2,564 2,565 และ 2,566 ที่ทำให้  
 $ab + ac + ad + bd + cd + b^2 + 2bc + c^2$  มีค่าแตกต่างกันทั้งหมดกี่ค่า  
ก. 1 ค่า ข. 2 ค่า ค. 3 ค่า ง. 4 ค่า
45. กำหนดให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนจริงบวกที่ทำให้  $a^2 + b^2 - 20a + 28 = 0, a^2 + b^2 = 52$   
 $a^2b^2 = 52d^2$  และ  $10b - ab = 6\sqrt{2}c$  แล้ว จงหาค่าของ  $c^2 + d^2$   
ก. 29 ข.  $29\frac{1}{13}$  ค.  $29\frac{2}{13}$  ง.  $29\frac{3}{13}$
46. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC ที่มี  $AC = BC$  ซึ่งจุด M เป็นจุดภายในรูปสามเหลี่ยม ABC ที่ทำให้  
 $\angle ACB = 106^\circ, \angle MAC = 7^\circ$  และ  $\angle MCA = 23^\circ$  แล้ว จงหาค่าของ  $\angle CMB$   
ก.  $77^\circ$  ข.  $79^\circ$  ค.  $81^\circ$  ง.  $83^\circ$
47. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD จะมี O เป็นจุดภายในรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่ทำให้  $\angle AOB + \angle DOC = 180^\circ$   
และ  $\angle ODC = 52^\circ$  แล้ว จงหาค่าของ  $\angle OBC$   
ก.  $51^\circ$  ข.  $52^\circ$  ค.  $53^\circ$  ง.  $54^\circ$
48. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมมุม ABCD ที่ทำให้  $\angle BAC = 24^\circ, \angle CAD = 78^\circ$  และ  $\angle CBD = \angle DBA$   
จงหาค่าของ  $\angle ACD$   
ก.  $78^\circ$  ข.  $79^\circ$  ค.  $80^\circ$  ง.  $81^\circ$
49. ในการผ่าตัดต่อหีนของคนไข้รายหนึ่ง ซึ่งจักษุแพทย์จะต้องยิงเลเซอร์เพื่อลอกกระจกตา เริ่มต้นโดยการ  
ปล่อยเลเซอร์ตามแหล่งต้นกำเนิดในพิกัด (3, 5) จะทำให้เลเซอร์สะท้อนมาที่ผนังห้องผ่าตัดและพื้นห้องผ่าตัด  
ก่อนไปที่เตียงของคนไข้ แล้วเลเซอร์ยิงเลเซอร์ไปบริเวณดวงตาของคนไข้ในพิกัด (7, 5) เพื่อลอกกระจกตา  
แล้วนำดอตแข็งจากบริเวณดวงตาออกไป ซึ่งเครื่องยิงเลเซอร์จะปล่อยเลเซอร์ในอัตราเร็ว  $\sqrt{2}$  มิลลิเมตรต่อวินาที  
แล้วเลเซอร์ใช้เวลาเดินทางกี่วินาทีจึงจะถึงดวงตาของคนไข้  
ก. 7 วินาที ข. 8 วินาที ค. 9 วินาที ง. 10 วินาที
50. จงหาปริมาตรที่เกิดจากการหมุนของรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุด A เป็นจุดกำเนิด, จุด B มีพิกัดเป็น (5, 1)  
และจุด C มีพิกัดเป็น (0, 3) ในรอบแกน X (ตอบในรูปทศนิยม 3 ตำแหน่ง)  
ก. 1.893 ลูกบาศก์หน่วย ข. 1.993 ลูกบาศก์หน่วย ค. 2.093 ลูกบาศก์หน่วย ง. 3.142 ลูกบาศก์หน่วย

1. **ตอบ ค.**

แนวคิด ตัวคูณร่วมน้อยของ 5, 19 และ 27 เป็น  $5 \times 19 \times 27$  เพราะจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ของ 5, 19 และ 27 เป็น 1 ที่ทำให้

$$\begin{aligned}
 743 \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{19} + \frac{1}{27} \right)^{-1} &= 743 \left( \frac{19 \times 27}{5 \times 19 \times 27} + \frac{5 \times 27}{19 \times 5 \times 27} + \frac{19 \times 5}{27 \times 19 \times 5} \right)^{-1} \\
 &= 743 \left( \frac{513}{5 \times 19 \times 27} + \frac{135}{19 \times 5 \times 27} + \frac{95}{27 \times 19 \times 5} \right)^{-1} \\
 &= 743 \left( \frac{513 + 135 - 95}{5 \times 19 \times 27} \right)^{-1} \\
 &= 743 \left( \frac{743}{5 \times 19 \times 27} \right)^{-1} \\
 &= 743 \left( \frac{5 \times 19 \times 27}{743} \right) \\
 &= 5 \times 19 \times 27 \\
 &= 2,565
 \end{aligned}$$

2. **ตอบ ข.**

แนวคิด

$$\begin{aligned}
 &2,021 \left( \frac{1}{3!} - 2,020 \left( \frac{1}{4!} - \dots - 3 \left( \frac{1}{2,021!} - 2 \left( \frac{1}{2,022!} - \frac{1}{2,023!} \right) \right) \right) \right) \\
 &= \frac{2,021}{3!} - \frac{2,021 \times 2,020}{4!} + \frac{2,021 \times \dots \times 2,019}{5!} - \dots - \frac{2,021 \times \dots \times 2}{2,022!} + \frac{2,021 \times \dots \times 2 \times 1}{2,023!} \\
 &= \frac{2,021!}{3!2,020!} - \frac{2,021!}{4!2,019!} + \frac{2,021!}{5!2,018!} - \dots - \frac{2,021!}{1!2,022!} + \frac{2,021!}{0!2,023!} \\
 &= \frac{2,023 \times \dots \times 2,022 \times 2,021!}{2,023 \times 2,022} \left( \frac{1}{3!2,020!} - \frac{1}{4!2,019!} + \frac{1}{5!2,018!} - \dots - \frac{1}{1!2,022!} + \frac{1}{0!2,023!} \right) \\
 &= \frac{1}{2,023 \times 2,022} \left( \frac{2,023!}{3!2,020!} - \frac{2,023!}{4!2,019!} + \frac{2,023!}{5!2,018!} - \dots - \frac{2,023!}{1!2,022!} + \frac{2,023!}{0!2,023!} \right) \\
 &= \frac{1}{2,023 \times 2,022} \left( (1)^{2,023} + \frac{2,023!}{0!2,023!} - \dots - \frac{2,023!}{1!2,022!} + \frac{2,023!}{2!2,021!} \right) \\
 &= \frac{1}{2,023 \times 2,022} \left( 1 - 2,023 + \frac{2,023 \times 2,022}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2,023}
 \end{aligned}$$

25. **ตอบ ก.**

แนวคิด จาก  $BC = 2 - (-4) = 6$  และ  $CA = -2 - (-6) = 4$  แล้ว  $BC^2 + CA^2 = 6^2 + 4^2 = 52$   
 และ  $AB^2 = (2 - (-4))^2 + (-6 - (-2))^2 = 6^2 + (-4)^2 = 52$  จะได้  $BC^2 + CA^2 = AB^2$   
 แล้ว  $\overline{BC} \perp \overline{AC}$  ประกอบกับ  $BD = CD = AD$  จะทำให้จุด B, D และ A อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน  
 ดังนั้น AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม D ที่จุด  $\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{-2-6}{2}\right) = (-1, -4)$

26. **ตอบ ค.**

แนวคิด จาก  $BD = CD = AD$  เป็นรัศมีของวงกลม D จะได้  $AD = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{52}}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}$  หน่วย

27. **ตอบ ง.**

แนวคิด พื้นที่อุทยานแห่งชาติดอยภูนางจะมีสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตครอบคลุมเป็น  
 $3.14 \times (\sqrt{13})^2 = 3.14 \times 13 = 40.82$  ตารางหน่วย

28. **ตอบ ก.**

แนวคิด จาก  $2! = 2, 3! = 3 \times 2, 4! = 3 \times 2^3, 5! = 5 \times 3 \times 2^3, 6! = 5 \times 3^2 \times 2^4, 7! = 7 \times 5 \times 3^2 \times 2^4$  และ  
 $8! \times 7 = 5 \times 3^2 \times 2^7$  จะได้  $2!3!4!\dots 8! = 2 \times (3 \times 2) \times (3 \times 2^3) \times (5 \times 3 \times 2^3) \times (5 \times 3^2 \times 2^4) \times (7 \times 5 \times 3^2 \times 2^4)$   
 $(7 \times 5 \times 3^2 \times 2^7)$   
 $= (2 \times 2 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^4 \times 2^4 \times 2^7) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^3)$   
 $\times (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (7 \times 7)$   
 $= 2^{1+1+3+3+4+4+7} \times 3^{1+1+1+2+2+2} \times 5^{1+1+1+1} \times 7^{1+1}$   
 $= 2^{23} \times 3^9 \times 5^4 \times 7^2$   
 $= (2^5)^4 \times (3^2)^4 \times 5^4 \times 7^2 \times 2^3 \times 3$

สมมติให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับรวมถึงศูนย์ และ d เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $2!3!4! \dots 8! = 2^{4a} \times 3^{4b} \times 5^{4c} \times d$   
 จะได้ ค่า a ที่เป็นไปได้ คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 มีทั้งหมด 6 ตัว, ค่า b ที่เป็นไปได้ คือ 0, 1 และ 2 มีทั้งหมด 3 ตัว  
 และ ค่า c ที่เป็นไปได้ คือ 0 และ 1 มีทั้งหมด 2 ตัว ทำให้  $2!3!4!\dots 8!$  มีตัวประกอบที่เป็นจำนวนกำลังสี่สมบูรณ์  
 ได้ทั้งหมด  $6 \times 3 \times 2 = 36$  จำนวน

29. **ตอบ ข.**

แนวคิด จำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 ลงตัว ได้แก่ 12, 24, 36, ..., 2,016 มีทั้งหมด  
 $2,016 \div 12 = 168$  จำนวน  
 จำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 และ 5 ลงตัว หมายถึง หารด้วย 60 ลงตัว  
 ได้แก่ 60, 120, 180, ..., 1,980 มีทั้งหมด  $1,980 \div 60 = 33$  จำนวน  
 ดังนั้น จำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 ลงตัวแต่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว มีทั้งหมดเท่ากับ  
 จำนวนนับที่หารด้วย 12 ลงตัว - จำนวนนับที่หารด้วย 60 ลงตัว =  $168$  จำนวน -  $33$  จำนวน =  $135$  จำนวน

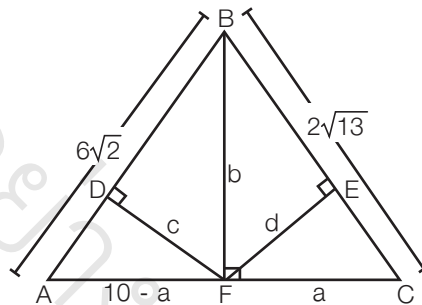
44. **ตอบ ค.**

แนวคิด จาก  $ab + ac + ad + bd + cd + b^2 + 2bc + c^2 = ab + ac + ad + b^2 + bc + bd + bc + c^2 + cd$

$$= a(b + c + d) + b(b + c + d) + c(b + c + d)$$

$$= (a + b + c)(b + c + d)$$

จะได้ว่าต้องสุ่มสมาชิกใดสมาชิกหนึ่งของ 2,563, 2,564, 2,565 และ 2,566 ให้อยู่ในสามสิ่งอันดับให้สอดคล้องกับ  $(a + b + c)(b + c + d)$  มีทั้งหมด  $\frac{4!}{3!1!} = 4$  กรณี เพื่อพิจารณาค่าของ  $(a, b, c, d)$  ได้แก่ (2,563, 2,564, 2,565, 2,566), (2,563, 2,564, 2,566, 2,565), (2,563, 2,565, 2,566, 2,564) และ (2,564, 2,565, 2,566, 2,563) พบว่าค่าของ  $(a + b + c, b + c + d)$  ได้แก่ (7,692, 7,695), (7,693, 7,695), (7,694, 7,695) และ (7,695, 7,694) ดังนั้น มีค่าแตกต่างกันทั้งหมด 3 ค่า

45. **ตอบ ข.**แนวคิด

จากรูปสามเหลี่ยม ABF พบว่า  $a^2 + b^2 - 20a + 28 = 0$

$$a^2 - 20a + 100 + b^2 - 100 + 28 = 0$$

$$(10 - a)^2 + b^2 = 72 \quad \dots (1)$$

$$(10 - a)^2 + b = (6\sqrt{2})^2$$

$$AF^2 + FB^2 = AB^2$$

จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยม BFC พบว่า  $a^2 + b^2 = 52 \quad \dots (2)$

$$FC^2 + FB^2 = BC^2$$

จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม BFC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$(1) - (2); \quad (10 - 2a)10 = 20$$

$$10 - 2a = 2$$

$$2a = 8$$

$$a = 4$$

$$FC = 4$$

ดังนั้น  $AF = 10 - a = 6$



แบบฝึกหัดปรนัยจำนวน 15 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก

- กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right)\left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{599^2}\right) = \frac{n}{599}$  จงหาค่าของ  $n$   
 ก. 449                      ข. 450                      ค. 451                      ง. 452
- กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $n! \times 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$  จงหาค่าของ  $n$   
 ก. 10                      ข. 11                      ค. 12                      ง. 13
- จากสมการที่ว่า  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{24}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{4n^2 + 4n}}$  จงหาค่าของ  $n$   
 ก. 61                      ข. 62                      ค. 63                      ง. 64
- กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2,027}$  จงหาค่าของ  $x + y$   
 ก. 4,108,725              ข. 4,108,726              ค. 4,108,727              ง. 4,108,728
- จงหาค่าของ  $250(0.9)^7 \left(\frac{4}{3}\right)^9 \left(\frac{3}{5}\right)^6 (0.83)^{11}$   
 ก. 8                      ข. 9                      ค. 10                      ง. 11
- จงหาค่าของ  $6,999,999,999,999,993 \times 5,999,999,999,994$   
 ก. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,039  
 ข. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,040  
 ค. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,041  
 ง. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,042
- กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกันที่ทำให้  $x^2 + 2,568x - 107 = 0$  และ  $y^2 + 2,568y - 107 = 0$   
 จงหาค่าของ  $x^{-1} + y^{-1}$   
 ก. 23                      ข. 24                      ค. 25                      ง. 26
- จงหาจำนวนพจน์ทั้งหมดจากการกระจายพหุนามของ  $\left(\frac{a^{10} - b^{10}}{a - b}\right)^8$   
 ก. 43,758 พจน์              ข. 43,759 พจน์              ค. 43,760 พจน์              ง. 43,761 พจน์

15. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนจริงที่ทำให้  $(x^3 - 2x^2 - x + 3)^{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} = 1$  จงหาผลบวกของค่า  $x$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ก. 5

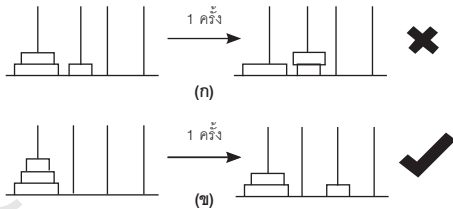
ข. 6

ค. 7

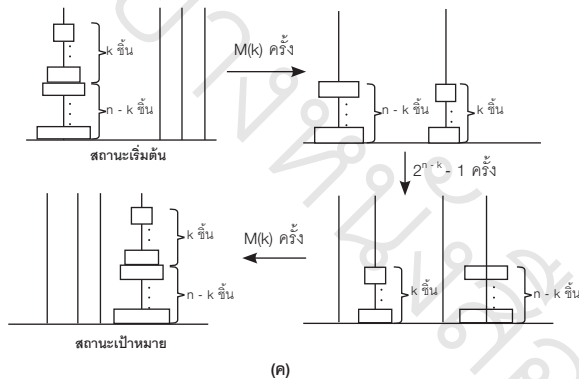
ง. 8

แบบฝึกหัดปรนัยชนิดบทความจำนวน 10 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก

ปัญหา Reve's เป็นปัญหาหอคอยฮานอยที่มีวัตถุขนาดเล็กอยู่ชั้นบนไปยังวัตถุขนาดใหญ่อยู่ชั้นล่างจำนวน  $n$  ชั้น ในเสาคู่เดียวกัน จากเสาทั้งหมด 4 ต้น ภายใต้กติกาวัตถุที่ขนาดใหญ่ไม่สามารถวางทับซ้อนวัตถุที่มีขนาดเล็ก ดังรูป (ก) และย้ายครั้งละ 1 ชั้น ดังรูป (ข)



ซึ่งคิดค้นโดย Herry Dudeney นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ในปี พ.ศ. 2501 ที่มีขั้นตอนการย้ายวัตถุ  $n$  ชั้นที่มีเสาทั้งหมด 4 ต้นในเสาคู่เดียวกัน จากเสาเริ่มต้นไปยังเสาเป้าหมายซึ่งต้องทดลองเริ่มต้นที่  $M(1) = 1$ ,  $M(2) = 3$  และ  $M(3) = 5$  แล้วจากนั้นใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ดังรูป (ค)



จะได้ว่าจำนวนครั้งที่เป็นไปได้ทั้งหมดคือ  $F(n, k) = 2M(k) + 2^{n-k} - 1$  ครั้ง สำหรับทุก  $0 \leq k \leq n-1$  ที่เป็นจำนวนนับใดๆ ซึ่งมีนักคณิตศาสตร์ชื่อว่า Abdullah Al Kafi Majumdar นักคณิตศาสตร์ชาวบังกลาเทศ ได้ทำการศึกษาตำแหน่งค่า  $k$  ที่ทำให้ค่า  $F(n, k)$  มีค่าน้อยที่สุดคือ  $M(n)$  ในปี พ.ศ. 2565 แล้ว จงหาค่าดังต่อไปนี้

16. จงหาค่าของ  $F(6, 0)$

ก. 61

ข. 63

ค. 101

ง. 111

17. จงหาค่าของ  $F(6, 1)$

ก. 33

ข. 35

ค. 36

ง. 37

18. จงหาค่าของ  $F(6, 2)$

ก. 18

ข. 19

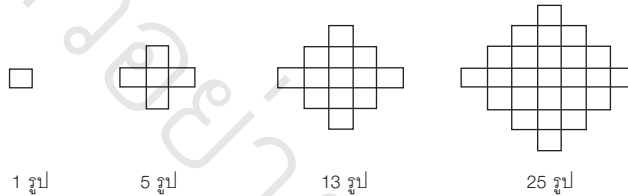
ค. 20

ง. 21

39. แม่ค้าขายมะม่วงให้ลูกค้ารายหนึ่งราคา กิโลกรัมละ 32 บาท ซึ่งมะม่วง 6 ผล จะมีน้ำหนัก 0.5 กิโลกรัม ลูกค้าซื้อมะม่วงทั้งหมด 21 ผล และจ่ายเงินเป็นธนบัตรฉบับละ 100 บาท จำนวน 1 ฉบับ ปรากฏว่าแม่ค้ามีเงินที่เตรียมไว้ทอนเป็นเหรียญ 1 บาท จำนวน 44 เหรียญ, เหรียญ 5 บาท จำนวน 4 เหรียญ และเหรียญ 10 บาท จำนวน 4 เหรียญ แม่ค้าจะมีวิธีทอนเงินให้กับลูกค้าคนนี้ได้ทั้งหมดกี่วิธี
- ก. 25 วิธี                                  ข. 26 วิธี                                  ค. 27 วิธี                                  ง. 28 วิธี

40. ในการยื่นถ่ายรูปภาพเพื่อทำหนังสืออนุสรณ์เป็นที่ระลึกในงานครบรอบ 10 ปี ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง บุคลากรของคณะวิทยาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ จำนวน 15 คน ประกอบด้วยผู้ชาย 6 คน และผู้หญิง 9 คน จะมีคนยืนอยู่ตรงกลาง 5 คน โดยมีเงื่อนไขว่าผู้ชายต้องยืนสลับตำแหน่งกับผู้หญิงแต่แค่เฉพาะตรงกลางเท่านั้น แล้วจะสามารถถ่ายภาพบุคลากรได้ทั้งหมดกี่ภาพ
- ก. 522,547,198 ภาพ                      ข. 522,547,199 ภาพ                      ค. 522,547,200 ภาพ                      ง. 522,547,201 ภาพ

41. ในการสานตะกร้าที่ทำมาจากกระจุดจะมีวดลายภายในที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ช่อง ดังรูป



แล้วรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ช่อง จำนวนทั้งหมด 221 รูป จะต้องใช้เส้นกระจุดในเส้นตรงเดียวกันทั้งหมดกี่เส้น

- ก. 41 เส้น                                  ข. 42 เส้น                                  ค. 43 เส้น                                  ง. 44 เส้น
42. ในการเลือกตั้งนายกรัฐมนตรีนจะมี 2 ฝ่าย ได้แก่ ฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลกับฝ่ายค้านรัฐบาลที่ทำให้มีโอกาสที่ผู้อยู่ฝ่ายค้านรัฐบาลชนะไป 40% ในแต่ละครั้ง และโอกาสที่ฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างน้อย 2 ครั้ง คือ 82.08% แล้วจะต้องมีการเลือกนายกรัฐมนตรีนทั้งหมดกี่ครั้ง
- ก. 1 ครั้ง                                  ข. 2 ครั้ง                                  ค. 3 ครั้ง                                  ง. 4 ครั้ง
43. กำหนดให้  $a$ ,  $b$ ,  $c$  และ  $d$  เป็นเลขโดดที่แตกต่างกันที่ทำให้  $\frac{a+b}{c+d}$  เป็นจำนวนนับมากที่สุดมีค่าเท่าใด
- ก. 16    ข. 17    ค. 18    ง. 19

1. **ตอบ ข.**

**แนวความคิด** จาก  $\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right)\left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{599^2}\right) = \frac{n}{599}$

$$\left(\frac{4^2 - 1^2}{4^2}\right)\left(\frac{5^2 - 1^2}{5^2}\right)\left(\frac{6^2 - 1^2}{6^2}\right) \dots \left(\frac{599^2 - 1^2}{599^2}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3 \times 5}{4 \times 4}\right)\left(\frac{4 \times 6}{5 \times 5}\right)\left(\frac{5 \times 7}{6 \times 6}\right) \dots \left(\frac{598 \times 600}{599 \times 599}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3 \times 4 \times \dots \times 598}{4 \times 5 \times \dots \times 599}\right)\left(\frac{5 \times 6 \times \dots \times 600}{4 \times 5 \times \dots \times 599}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3}{599}\right)\left(\frac{600}{4}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3}{599}\right) 150 = \frac{n}{599}$$

$$\frac{450}{599} = \frac{n}{599}$$

ดังนั้น  $n = 450$

2. **ตอบ ก.**

**แนวความคิด** จาก  $n! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

$$= 2 \times 2^3 \times 2^2 \times 2 \times 2 \times 3^2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$= 2 \times 5 \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2$$

$$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 10!$$

ดังนั้น  $n = 10$

3. **ตอบ ค.**

**แนวความคิด** จาก

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{24}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{4n^2 + 4n}} = 7$$

$$\frac{1}{\sqrt{3 + 2\sqrt{(1)(2)}}} + \frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{(2)(3)}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+1 + 2\sqrt{(n)(n+1)}}} = 7$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = 7$$

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{(\sqrt{2} + \sqrt{1})(\sqrt{2} - \sqrt{1})} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} + \dots + \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})} = 7$$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 7$$

$$\sqrt{n+1} - 1 = 7$$

$$\sqrt{n+1} = 8$$

$$(\sqrt{n+1})^2 = 8^2$$

$$n+1 = 64$$

ดังนั้น  $n = 63$

**18.    ตอบ ง.**

แนวคิด จาก  $F(6, 2) = 2M(2) + 2^{6-2} - 1$

$$F(6, 2) = 2(3) + 16 - 1$$

ดังนั้น  $F(6, 2) = 21$

**19.    ตอบ ก.**

แนวคิด จาก  $F(6, 3) = 2M(3) + 2^{6-3} - 1$

$$F(6, 3) = 2(3) + 8 - 1$$

ดังนั้น  $F(6, 3) = 17$

**20.    ตอบ ง.**

แนวคิด จาก  $M(4) = 2M(2) + 2^{4-2} - 1 = 2(3) + 2^2 - 1 = 9$

และ  $F(6, 4) = 2M(4) + 2^{6-4} - 1$

$$F(6, 4) = 2(9) + 4 - 1$$

ดังนั้น  $F(6, 4) = 21$

**21.    ตอบ ค.**

แนวคิด จาก  $M(5) = 2M(2) + 2^{5-2} - 1 = 2(3) + 2^3 - 1 = 13$

และ  $F(6, 5) = 2M(5) + 2^{6-5} - 1$

$$F(6, 5) = 2(13) + 2 - 1$$

ดังนั้น  $F(6, 5) = 27$

**22.    ตอบ ก.**

แนวคิด จาก  $17 = F(6, 3) < F(6, 4) = F(6, 2) = 21 < F(6, 5) = 27 < F(6, 1) = 34 < F(6, 0) = 63$

ดังนั้น  $k$  ที่ทำให้เกิด  $M(6)$  มีเพียงจุดเดียว คือ  $k = 3$

**23.    ตอบ ง.**

แนวคิด จากข้อที่ 22. มี  $k$  ที่ทำให้เกิด  $M(6)$  มีเพียงจุดเดียว คือ  $k = 3$

ดังนั้น  $M(6) = F(6, 3) = 17$

**24.    ตอบ ข.**

แนวคิด จาก  $F = (9, 0) = 2M(0) + 2^{9-0} - 1 = 2(0) + 2^9 - 1 = 511$

แล้ว  $F = (9, 1) = 2M(1) + 2^{9-1} - 1 = 2(1) + 2^8 - 1 = 257$

$$F = (9, 2) = 2M(2) + 2^{9-2} - 1 = 2(3) + 2^7 - 1 = 133$$

$$F = (9, 3) = 2M(3) + 2^{9-3} - 1 = 2(5) + 2^6 - 1 = 73$$

$$F = (9, 4) = 2M(4) + 2^{9-4} - 1 = 2(9) + 2^5 - 1 = 49$$

42. **ตอบ ง.**

**แนวคิด** ในการเลือกตั้งเพื่อเลือกนายกรัฐมนตรีไปทั้งหมด  $x$  ครั้ง พบว่ามีฝ่ายค้านรัฐบาลชนะไป  $40\% = 0.4$ , ฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างน้อย 2 ครั้ง ในแต่ละครั้งมีโอกาสเป็น  $100\% - 40\% = 0.6$  และโอกาสฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างน้อย 2 ครั้ง  $82.08\% = 0.8208$  จะได้โอกาสฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างมาก 2 ครั้ง  $100\% - 82.08\% = 17.92\% = 0.1792$  สามารถสุ่มการเลือกตั้งในแต่ละครั้งที่  $i$  เกิดเหตุการณ์ทั้งหมด

$$\frac{x!}{i!(x-i)!} \text{ เหตุการณ์ จะได้ว่า } (0.4)^x + \frac{x!}{i!(x-i)!} (0.4)^{x-1} (0.6) = 0.1792$$

$$(0.4)^x + x(0.4)^{x-1}(0.6) = 0.1792$$

$$(0.4)^{x-1}[0.4 + 0.6x] = 0.1792$$

$$(0.4)^{x-1}[0.4 + 0.6x] = (0.4)^3(2.8)$$

พบว่า  $(0.4)^{x-1} = (0.4)^3$  และ  $0.4 + 0.6x = 2.8$

ดังนั้น  $x = 4$

43. **ตอบ ข.**

**แนวคิด** จาก  $0 + 1 = 1 \leq a + b \leq 8 + 9 = 17$  และ  $0 + 1 = 1 \leq c + d \leq 8 + 9 = 17$

ดังนั้น ค่าของ  $\frac{a+b}{c+d}$  เป็นจำนวนนับมากที่สุด คือ  $\frac{17}{1} = 17$

44. **ตอบ ข.**

**แนวคิด** จากรูปห้องน้ำมีขนาด  $5 \times 5$  ที่สามารถปูกระเบื้องขนาด  $1 \times 1$  ซึ่งจะนำกระเบื้องขนาด  $1 \times 1$  ออก 2 แผ่น เพื่อติดอ่างล้างหน้า 2 จุด สามารถวางกระเบื้องได้ทั้งหมด 2 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 : กระเบื้องขนาด  $2 \times 2$

ดังนั้น ห้องน้ำสามารถวางกระเบื้องขนาด  $2 \times 2$  ได้ทั้งหมด 12 แบบ

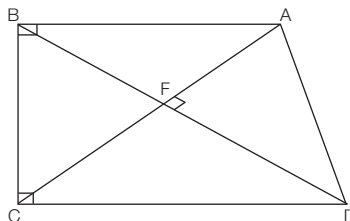
กรณีที่ 2 : กระเบื้องขนาด  $3 \times 3$

ดังนั้น ห้องน้ำสามารถวางกระเบื้องขนาด  $v$  ได้ทั้งหมด 5 แบบ

นั่นคือ ห้องน้ำสามารถวางกระเบื้องขนาด  $2 \times 2$  และ  $3 \times 3$  ได้ทั้งหมด  $12 + 5 = 17$  แบบ

45. **ตอบ ง.**

**แนวคิด** จากรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD ว่า



พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABE จะได้  $BE^2 + EA^2 = AB^2 = 11 \quad \dots (1)$

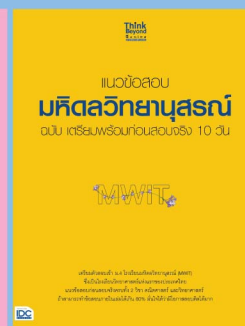
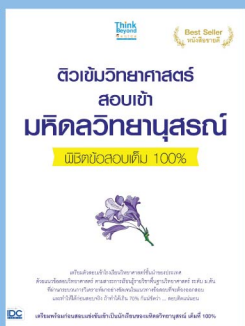
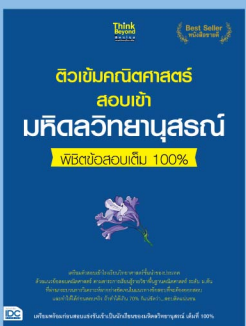
พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก AED จะได้  $ED^2 + EA^2 = AD^2 = 1,001 \quad \dots (2)$

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CED จะได้  $CE^2 + ED^2 = CD^2 \quad \dots (3)$

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BEC จะได้  $CE^2 + BE^2 = BC^2 \quad \dots (4)$

การสอบเข้าโรงเรียน/สถาบันวิทยาศาสตร์ ระดับชั้น ม.4  
ต้องอาศัยการเตรียมตัว และความพร้อมทางด้านวิชาการเป็นอย่างยิ่ง  
หมั่นทำแนวข้อสอบที่หลากหลาย  
ซึ่งหนังสือคู่มือเล่มนี้ได้มีแนวข้อสอบที่เน้นเฉพาะเจาะจง  
ในรายวิชาคณิตศาสตร์ โดยเน้นไปที่การวิเคราะห์โจทย์  
และเฉลยให้หลากหลายมิติ เพื่อให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ  
เพราะโรงเรียนวิทยาศาสตร์จะเน้นความรู้ความสามารถ  
ทางคณิตศาสตร์ด้วย จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนต้องทบทวน  
และหมั่นฝึกฝนทำแนวข้อสอบทุกวัน

## หนังสือแนะนำ



ซื้อหนังสือสะดวก ส่งถึงบ้านบนช่องทางออนไลน์ที่ Shopee และ Lazada  
หรือผ่านทางร้านหนังสือออนไลน์ [www.serazu.com](http://www.serazu.com)

thinkbeyond books

ราคา 450 บาท